

Lineare Algebra/Analytische Geometrie I
4. Hausaufgabe, Abgabe: 15.11.2006

1. Sei R ein kommutativer Ring mit Einselement $\mathbb{1}$. Zeigen Sie, dass dann auch die Menge der Polynome über R

$$R[x] = \left\{ \sum_{i=0}^n r_i x^i : r_i \in R, n \in \mathbb{N}_0 \right\}$$

ein kommutativer Ring mit Einselement ist (mit den üblichen Operationen $P + Q$ und $P \cdot Q$ für Polynome $P, Q \in R[x]$). – Man überprüfe **alle** Eigenschaften. (5 P.)

2. Sei R ein kommutativer Ring mit Eins und seien $A, \tilde{A} \in R^{n,m}$, $B, \tilde{B} \in R^{m,s}$, $r \in R$. Zeigen Sie: (4 P.)

- (a) (Distr 1) $(A + \tilde{A})B = AB + \tilde{A}B$,
 (b) (Distr 2) $A(B + \tilde{B}) = AB + A\tilde{B}$,
 (c) (I_n, I_m) $I_n A = A I_m = A$,
 (d) skalare Mult. $(r \cdot A)B = r(AB) = A(rB)$.

- 3.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -2 & 3 & -5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (\dots \in \mathbb{R}^{n,m})$$

Berechnen Sie CA , BC , $B^T A$, $A^T C$, $B^T A^T$, AC . (3 P.)

4. In einem Betrieb werden aus Rohstoffen R_1, R_2, R_3, R_4 fünf Zwischenprodukte Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5 hergestellt. Aus den Zwischenprodukten werden schließlich drei Endprodukte E_1, E_2, E_3 gefertigt. In den folgenden Tabellen sind die Rohstoff- bzw. Zwischenproduktverbrauchsnormen zur Produktion von Z_i bzw. E_i angegeben. In den Spalten stehen dabei die zur Produktion eines Teils Z_j (bzw. E_k) benötigten Anteile der R_i (bzw. Z_j):

(A)	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	(B)	E_1	E_2	E_3
R_1	0	1	1	1	2	Z_1	1	1	1
R_2	5	0	1	2	1	Z_2	1	2	0
R_3	1	1	1	1	0	Z_3	0	1	1
R_4	0	2	0	1	0	Z_4	4	1	1
						Z_5	3	1	1

Bestimmen Sie (durch Matrizenrechnung) eine entsprechende Tabelle, die direkt aussagt, wieviele Teile R_i zur Produktion eines Teils von E_k verbraucht werden.

Mittels Matrizenrechnung ist zu ermitteln, wieviele Einheiten von R_1, R_2, R_3, R_4 bereitzustellen sind, wenn im Betrieb 100 Einheiten von E_1 , 200 Einheiten von E_2 und 300 Einheiten von E_3 hergestellt werden sollen. (5 P.)