# Algorithmus IV.16
# (Gauß-Jordan-Elimination für LGS)

---

INPUT: $A \in \mathbb{K}^{n \times m}$, $b \in \mathbb{K}^n$.

OUTPUT: Lösungsmenge $\mathcal{L} \subset \mathbb{K}^m$ von $Ax = b$.

Transformiere $A$ auf Treppennormalform (TNF), d.h. berechne

$$T \begin{bmatrix} A & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & \tilde{b} \end{bmatrix}, \qquad T \in \mathbb{K}^{n \times n} \text{ invertierbar,}$$

so daß $R$ die TNF von $A$ ist.

Bestimme $r = \operatorname{Rang}(R) = \operatorname{Rang}(A)$ und $r' = \operatorname{Rang}\left(\begin{bmatrix} A & b \end{bmatrix}\right) = \operatorname{Rang}\left(\begin{bmatrix} R & \tilde{b} \end{bmatrix}\right)$.

**if** $r < r'$ **then**

  $\mathcal{L} = \emptyset$.

**else**

  `%` $\operatorname{Rang}(A) = \operatorname{Rang}\left(\begin{bmatrix} A & b \end{bmatrix}\right)$ `gilt!`

  Bestimme Permutationsmatrix $P$, so daß mit $C = TAP^T = RP^T$ das LGS $C\tilde{x} = \tilde{b}$ wie in (IV.7) entsteht.

  Bestimme

$$x_p = P^T \begin{bmatrix} \tilde{b}_1 \\ \vdots \\ \tilde{b}_r \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}.$$

  **if** $m = r$ **then**

    Setze $\mathcal{L} = \{x_p\}$.

  **else**

    Bestimme Lösungsmenge $\mathcal{L}_0$ des homogenen LGS $C\tilde{z} = 0$ und setze $\mathcal{L} = \{x_p + z \mid z \in \mathcal{L}_0\}$.

  **end if**

**end if**

---