

Lagrange Verfahren

1 Kostenminimierung

Wir betrachten ein Unternehmen, welches mit Kapital K und Arbeit L ein Gut Y produziert. Die Produktionstechnologie des Unternehmens wird durch eine Cobb-Douglas Funktion beschrieben.

$$Y = K^\alpha L^\beta$$

wobei $\alpha, \beta > 0$ und $\alpha + \beta \leq 1$

Das Unternehmen will nun eine vorgegebene Menge \bar{Y} zu möglichst geringen Kosten produzieren. Kapital und Arbeit bezieht das Unternehmen zum Zins r bzw. zum Lohnsatz w .

- a) Stellen Sie das Optimierungsproblem des Unternehmens auf.
- b) Stellen Sie die Lagrange-Funktion für das Optimierungsproblem auf.
- c) Stellen Sie die Bedingungen erster Ordnung auf.
- d) Lösen die Bedingungen erster Ordnung für die Entscheidungsvariablen und die Lagrange-Multiplikatoren auf.

2 Nutzenmaximierung unter einer Budgetrestriktion

Wir betrachten einen Konsumenten, der einen Warenkorb aus den Gütern x und y zusammenstellt. Die Gütern haben die Preise p_x und p_y . Der Warenkorb wird

mit der Nutzenfunktion $U(x,y) = \ln(x) + \ln(y)$ bewertet. Das Einkommen des Konsumenten beträgt I . Der Konsument gibt sein Einkommen vollständig aus.

- a) Stellen Sie das Optimierungsproblem des Konsumenten auf.
- b) Stellen Sie die Lagrange-Funktion zu dem Optimierungsproblem auf.
- c) Stellen Sie die Bedingungen erster Ordnung auf.
- d) Lösen Sie die Bedingungen erster Ordnung.