

Komparative Statik

1 Enveloppen Theorem

Wir betrachten ein Unternehmen welches unter Einsatz von Kapital K und Arbeit L ein Gut Y herstellt. Die Technologie sei durch eine Cobb-Douglas Produktionsfunktion gegeben.

$$Y(K, L) = K^{\alpha_1} L^{\alpha_2}$$

Kapital und Arbeit bezieht das Unternehmen zum Zins r und Lohnsatz w und kann sein Produkt zum Preis p absetzen. Hierbei sind $\alpha_i > 0$ und $\alpha_1 + \alpha_2 < 1$

- a) Stellen Sie das Optimierungsproblem des Unternehmens auf.
- b) Wenden Sie das Enveloppentheorem an, um die Änderung des Unternehmensgewinns bei Parameteränderungen zu analysieren.

2 Domar Wachstumsmodell

Wir betrachten eine Ökonomie in welcher folgende vier Annahmen gelten:

1. Es gibt eine fixe Sparquote, d.h. ein fixer Anteil des Outputs wird wieder investiert.
2. Die Produktivität des Kapitals (Verhältnis von Produktionskapazität zu Kapital) ist konstant.
3. Die Änderung des Kapitals ist gleich den Investitionen.
4. Es besteht Vollauslastung, d.h. Output ist gleich der Produktionskapazität.

Bearbeiten Sie folgende Aufgaben:

- a) Modellieren Sie die obigen Annahmen.
- b) Leiten Sie eine Differentialgleichungen für die Entwicklung des Kapitals aus diesen Annahmen her.
- c) Lösen Sie die Differentialgleichung.