

## Zur Berechtigung der grundlegenden theoretischen Konstruktion von Marx im ersten Band des „Kapital“

### Vindicating Marx' Fundamental Theoretical Construction in the First Volume of 'Capital'

Von Fritz Helmedag\*, Chemnitz

#### 1. *Der Anfang vom Ende*

Die Diskussion des Transformationsproblems kreiste während ihrer nahezu 100jährigen Dauer um die Frage, welcher Zusammenhang zwischen Arbeitswerten und Produktionspreisen herrsche<sup>1)</sup>. Inzwischen ist es unstrittig, daß sich eine formale Zuordnungsvorschrift zwischen den beiden Vektoren aufstellen läßt. Allerdings sind hierfür Informationen erforderlich, die genügen, ohne Umweg über die Arbeitswerte die Produktionspreise direkt zu berechnen. Überdies geht (zumindest) eine der in Marxens Gebäude essentiellen Identitäten verloren: Entweder weichen Wert- und Preissumme voneinander ab, oder die Aggregate von Mehrwert und Profit divergieren. Wesen und Erscheinung der kapitalistischen Produktionsweise sind demnach lockerer verknüpft, als Marx und seine Anhänger glaub(t)en. Aus dieser Perspektive ist die Ablehnung nachvollziehbar, auf welche die Arbeitswerttheorie bei jenen stößt, die sich einem positivistischen Wissenschaftsverständnis verpflichtet fühlen.

Freilich blieb bislang unerörtert, ob *Produktionspreise prinzipiell* das halten, was man sich von ihnen seit jeher verspricht: Gibt dieser Entwurf überhaupt das Gleichgewicht der „freien“ Konkurrenz wieder? Kann eine so konstruierte Wettbewerbswirtschaft wirklich funktionieren? Nicht einmal der unterdessen erfolgte konzeptionelle Bruch der konkreten Produktionspreiskalkulation schien eines Kommentars zu bedürfen. Erblickten die Klassiker zunächst im Gesamtkapital inklusive Lohnkosten die Bemessungsgrundlage des Profits, so fungierte später nur noch der Materialaufwand als seine Bezugsgröße. Weder der institutionelle Wandel, den diese Modifikation offenbar reflektieren soll, geschweige denn die grundsätzliche Verträglichkeit mit den Prämissen einer gesellschaftlichen Arbeitsteilung fanden das Interesse der Ökonomen.

---

\*) Schriftliche Fassung eines Vortrags „Produktionspreise und Arbeitswerte“ im Offenen Teil der Jahrestagung 1992 des Vereins für Socialpolitik in Oldenburg. Den Teilnehmern danke ich für Hinweise und Kritik.

<sup>1)</sup> Vgl. als Überblick *Quaas, F.*, Das Transformationsproblem. Ein theoriehistorischer Beitrag zur Analyse der Quellen und Resultate seiner Diskussion. Marburg 1992.

Holt man das Versäumte nach, bestätigt sich wider Erwarten die ursprüngliche These: Die *Arbeitswertlehre* bildet das tragfähige Fundament zur Erklärung der Tauschverhältnisse einer sektoral differenzierten Produktionswirtschaft. In diesem Licht kann man den Versuch, die Wertrechnung des ersten (und zweiten) Bandes des „Kapital“ in der Preisrechnung des dritten Bandes „aufzuheben“, als eine überflüssige Anstrengung einstufen. Der Gedankengang wird an Hand des von Ladislaus von Bortkiewicz einst in dieser Zeitschrift publizierten, mittlerweile klassisch gewordenen Ansatzes zur Überführung von Arbeitswerten in Produktionspreise illustriert<sup>2)</sup>.

## 2. *Hic Rhodus, hic salta*

Der Wert einer Ware (W) fügt sich laut Marx aus drei Komponenten zusammen:

$$W = c + v + m \quad (1)$$

wobei  $c$  für das konstante Kapital und  $v$  für das variable Kapital steht;  $m$  symbolisiert den Mehrwert<sup>3)</sup>.

Wie erwähnt, hat eine mit Marxens Lehre kompatible Transformation der Arbeitswerte in Produktionspreise zwei Invarianzpostulate zu beachten:

- Zum einen müsse die Summe der Mehrwerte ( $M$ ) gleich dem Gesamtprofit sein, da unbezahlte Arbeit dessen Quelle sei.
- Zum anderen fordert Marx die Gleichheit der addierten Warenwerte mit der Preissumme, denn der Profit rühre nicht von einem Preisaufschlag her.

Als Profitrate ( $p'$ ) definiert Marx:

$$p' = \frac{m}{c + v} \quad (2)$$

Ein Gleichgewicht ist durch die Gültigkeit von

$$p' = \frac{M}{C + V} \quad (3)$$

charakterisiert.  $C$  und  $V$  repräsentieren die Aggregate von  $c$  sowie  $v$ .

Bei einheitlicher Mehrwertsrate  $m' = \frac{m}{v} = \frac{M}{V}$  resultiert aus (2) bzw. (3):

$$p' = \frac{m'}{q + 1} = \frac{m'}{Q + 1} \quad (4)$$

$q = \frac{c}{v}$  bezeichnet die individuelle organische Zusammensetzung des Kapitals und

$Q = \frac{C}{V}$  die gesamtwirtschaftliche.

<sup>2)</sup> Vgl. Bortkiewicz, L. v., Zur Berichtigung der grundlegenden theoretischen Konstruktion von Marx im dritten Band des „Kapital“. In: Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, Bd. 34 (1907), S. 319–335. Eine umfassendere Argumentation enthält Helmedag, F., Warenproduktion mittels Arbeit. Zur Rehabilitation des Wertgesetzes. Marburg 1992.

<sup>3)</sup> Die Marxschen Kategorien werden hier nicht weiter erläutert. Vgl. dazu Helmedag, F., a.a.O., S. 169 ff. Dort finden sich zudem einschlägige Verweise auf die Originalliteratur.

Der Produktionspreis (P) ist im Marxschen System ein „verwerteter Wert“:

$$P = (c + v) (1 + p') \quad (5)$$

Unter Rückgriff auf obige Beziehungen ist eine Umformung möglich:

$$\begin{aligned} P &= (c + v) (1 + p') = c + v + (c + v) \left( \frac{m'}{Q + 1} \right) = \\ &= c + v + \frac{m'c + m}{Q + 1} = c + v + \frac{m(q + 1)}{Q + 1} = \\ &= W + m \left( \frac{q + 1}{Q + 1} - 1 \right) = W + \frac{m}{Q + 1} (q - Q) \end{aligned}$$

Und mithin:

$$P = W + p'v(q - Q) \quad (6)$$

Für  $q \neq Q$  kommt es zu einer positiven uniformen Profitrate nur, wenn die Preise von den Werten abweichen. Überdies ist festzuhalten, daß Marxens Produktionspreise die Dimension *Wert* nicht abschütteln. Somit ist seine Lösung unvollständig und verletzt darüber hinaus im allgemeinen das Wertgesetz.

### 3. Der empfohlene Richtpreis

Bortkiewicz betrachtet in seinem einflußreichen Artikel eine stationäre dreisektorale Wirtschaft, in der sich das konstante Kapital in einer Periode umschlägt. In Sektor 1 werden Produktionsmittel erzeugt, Sektor 2 stellt Lohngüter her und Abteilung 3 Luxuswaren. Unter den gegebenen Umständen sieht das Wertsystem wie folgt aus:

$$c_1 + v_1 + m_1 = c_1 + v_1(1 + m') = c_1 + c_2 + c_3 \quad (7)$$

$$c_2 + v_2 + m_2 = c_2 + v_2(1 + m') = v_1 + v_2 + v_3 \quad (8)$$

$$c_3 + v_3 + m_3 = c_3 + v_3(1 + m') = m_1 + m_2 + m_3 \quad (9)$$

Bortkiewicz vollzieht den Übergang zur Preisrechnung, indem er  $x$ ,  $y$  und  $z$  als die gesuchten Preis-Wertverhältnisse in das Schema einführt.  $q$  bezeichnet die gleichfalls unbekannte Profitrate.

$$(1 + q) (c_1x + v_1y) = Cx \quad (10)$$

$$(1 + q) (c_2x + v_2y) = Vy \quad (11)$$

$$(1 + q) (c_3x + v_3y) = Mz \quad (12)$$

Ferner benutzt Bortkiewicz die nachstehenden Abkürzungen:

$$\frac{v_1}{c_1} = f_1, \quad \frac{v_1 + c_1 + m_1}{c_1} = g_1$$

$$\frac{v_2}{c_2} = f_2, \quad \frac{v_2 + c_2 + m_2}{c_2} = g_2$$

$$\frac{v_3}{c_3} = f_3, \quad \frac{v_3 + c_3 + m_3}{c_3} = g_3$$

$$\sigma = 1 + \varrho$$

Da drei Gleichungen und vier Unbekannte ( $x$ ,  $y$ ,  $z$  und  $\varrho$ ) vorliegen, entscheidet sich Bortkiewicz,  $z$  gleich eins zu setzen. Dementsprechend erhält er:

$$\sigma(x + f_1 y) = g_1 x \quad (13)$$

$$\sigma(x + f_2 y) = g_2 y \quad (14)$$

$$\sigma(x + f_3 y) = g_3 \quad (15)$$

Aus (13) ergibt sich:

$$x = \frac{f_1 y \sigma}{g_1 - \sigma} \quad (16)$$

Berücksichtigung in (14) leitet zu:

$$(f_1 - f_2)\sigma^2 + (f_2 g_1 + g_2)\sigma - g_1 g_2 = 0 \quad (17)$$

Diese Gleichung belegt Ricardos Lehre, wonach der Profit allein in der „Basisindustrie“ bestimmt werde, denn in ihr tauchen keine Größen der Abteilung 3 auf. Dem zeitgenössischen *mainstream* ist diese Einsicht in die hierarchische Struktur einer Produktionswirtschaft verbaut.

Die nichtnegative Lösung von (17) lautet:

$$\sigma = \frac{f_2 g_1 + g_2 - \sqrt{(g_2 - f_2 g_1)^2 + 4 f_1 g_1 g_2}}{2(f_2 - f_1)} \quad (18)$$

(14) und (15) liefern:

$$y = \frac{g_3}{g_2 + (f_3 - f_2)\sigma} \quad (19)$$

Schließlich läßt sich  $x$  aus (16) determinieren. Wie Bortkiewicz beweist, trifft, außer in einem noch aufzugreifenden Sonderfall,  $\varrho < m'$  zu. Diese Aussage ist später als

„Fundamentaltheorem der Marxschen Theorie“ bekannt geworden. Gelegentlich wird es auch als Morishima-Okishio-Seton Theorem titulierte. Zur Veranschaulichung des weiteren verwenden wir das von Bortkiewicz gebrachte Beispiel.

Tabelle 1: Werte

Abteilung	Konstantes Kapital	Variables Kapital	Mehrwert	Produktwert
I	225	90	60	375
II	100	120	80	300
III	50	90	60	200
I – III	375	300	200	875

Gemäß Voraussetzung ist  $m' = \frac{2}{3}$ ; mit den passenden Formeln berechnet man:  $\sigma = 1,25$ ;  $q = 0,25$ ;  $y = 1,0\bar{6}$ ;  $x = 1,28$ . Tab. 2 enthält die mittels dieser Größen gefundenen Preise.

Tabelle 2: q- oder Bortkiewicz-Preise

Abteilung	Konstantes Kapital	Variables Kapital	Profit	Produktwert
I	288	96	96	480
II	128	128	64	320
III	64	96	40	200
I – III	480	320	200	1000

Während die Abteilung 1 bei der Wertrechnung lediglich  $\frac{v_1}{V} = 0,3$  des Gesamtprofits absorbiert, vereinigt sie bei der Preisrechnung  $\frac{c_1x + v_1y}{C_x + V_y} = 0,48$  auf sich.

Nach der „Berichtigung“ von Bortkiewicz deckt sich die Summe der Mehrwerte mit dem Gesamtprofit, jedoch stimmt das Preisaggregat nicht mehr mit der Wertsumme überein. Eine der beiden Forderungen Marxens ist verletzt.

Wie hätte Marx den gegebenen Fall behandelt? Nach (3) ergibt sich  $p'$  zu  $0,29\bar{6}$ . Hiermit gelangt man zu den nachstehenden Produktionspreisen:

Tabelle 3: p'- oder Marx-Preise

Abteilung	Konstantes Kapital	Variables Kapital	Profit	Produktwert
I	225	90	$93,3$	$408,3$
II	100	120	$65,185$	$285,185$
III	50	90	$41,481$	$181,481$
I – III	375	300	200	875

Zwar bleiben auf diese Weise die beiden Hauptsätze Marxens bewahrt, die Reproduktionskonsistenz wurde aber mißachtet: Die Summen der Spalten differieren von denen der Zeilen.

#### 4. Zwei preiswürdige Rivalen

Bortkiewicz hat die klassische Sichtweise übernommen, der gesamte Input bilde das „Kapital“. Freilich hängt es von den konkreten Zahlungsmodalitäten ab, inwieweit die Kosten vorzustrecken sind. In der modernen neoricardianischen Theorie wird von einer Lohnzahlung am Periodenende ausgegangen. Bemessungsgrundlage des Profits sei der Materialaufwand<sup>4)</sup>. Deshalb werden die so kalkulierten Tauschrelationen „Sraffa-Preise“ genannt. Im Profitfaktor  $s = 1 + r$  figuriert nun  $r$  für die Profitrate. Statt (13)–(15) erhält man infolgedessen:

$$sx + f_1y = g_1x \quad (20)$$

$$sx + f_2y = g_2y \quad (21)$$

$$sx + f_3y = g_3 \quad (22)$$

(20) liefert:

$$x = \frac{f_1y}{g_1 - s} \quad (23)$$

Substitution in (21) ergibt:

$$sf_1 + f_2(g_1 - s) - g_2(g_1 - s) = 0$$

$$s(g_2 + f_1 - f_2) + g_1(f_2 - g_2) = 0$$

$$s = \frac{g_1(f_2 - g_2)}{f_2 - g_2 - f_1} \quad (24)$$

(23) und (24) in (22) resultiert in:

$$y = \frac{g_3}{g_2 - f_2 + f_3} \quad (25)$$

Einsetzen der Zahlenwerte bringt  $r = 0,3\overline{6}$ ,  $x = 1,4\overline{6}$  und  $y = 1,1$ . Tab. 4 weist die zustandekommenden Preise aus:

<sup>4)</sup> Vgl. *Sraffa, P.*, Production of Commodities by Means of Commodities. Prelude to a Critique of Economic Theory. Cambridge 1960.

Tabelle 4: r- oder Sraffa-Preise

Abteilung	Konstantes Kapital	Variables Kapital	Profit	Produktwert
I	330	100	120	550
II	146,6	133,3	53,3	333,3
III	73,3	100	26,6	200
I – III	550	333,3	200	1083,3

Auch dieses Verfahren gewährleistet die Reproduktion. Allerdings hat sich die Profitverteilung erneut geändert. Abermals ist der Sektor 1 der Nutznießer: Er verbucht jetzt 60 % des Gesamtgewinns.

Die Möglichkeiten der Preisbildung sind hiermit keineswegs erschöpft. In einer Gleichgewichtssituation wiederholt sich die Wirtschaftsaktivität Tag für Tag auf dem selben Niveau: Nichts spricht daher gegen die Anschauung, Zahlungen heute stammen aus Erlösen von gestern. Dies korrespondiert mit der empirischen Tatsache, daß Unternehmer, Bonität vorausgesetzt, einander ein Zahlungsziel einräumen. Die der suzessivistischen Agrarkonzeption der Klassiker verhaftet gebliebene Vorstellung, Kosten wären (vollständig) vorzufinanzieren, hat bislang dazu verleitet, diese Sichtweise auszublenden. Vor dem Hintergrund einer *simultanen* Produktion wirkt es lohnend zu prüfen, ob eine Distribution des Profits nach Maßgabe des variablen Kapitals konkurrenzfähig ist. Die Profitrate wird nun durch  $\epsilon$  repräsentiert,  $\epsilon$  steht für  $1 + \epsilon$ .

$$x + \epsilon f_1 y = g_1 x \quad (26)$$

$$x + \epsilon f_2 y = g_2 y \quad (27)$$

$$x + \epsilon f_3 y = g_3 \quad (28)$$

Aus (26) gewinnt man:

$$x = \frac{\epsilon f_1 y}{g_1 - 1} \quad (29)$$

(29) in (27) führt zu:

$$\epsilon = \frac{g_2(g_1 - 1)}{f_1 + f_2(g_1 - 1)} \quad (30)$$

Auflösung der Abkürzungen liefert:

$$\epsilon = \frac{V(v_1 + m_1)}{v_1 c_2 + v_2(v_1 + m_1)} \quad (31)$$

$$\epsilon - 1 = \epsilon = \frac{v_1 m_2 + v_1 m_1 + v_3 m_1}{v_1 c_2 + v_2 v_1 + v_2 m_1} \quad (32)$$

Division von Zähler und Nenner durch  $v_1$  ergibt:

$$\varepsilon = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{c_2 + v_2 + m_2} = \frac{M}{V} = m' \quad (33)$$

Mit (33) und (29) verwandelt sich (28) in:

$$(1 + m') \frac{f_1 y}{g_1 - 1} + (1 + m') f_3 y = g_3 \quad (34)$$

$$y = \frac{g_3 c_3}{c_3 + v_3 + m_3} = \frac{M}{M} = 1 \quad (35)$$

Die Berücksichtigung von (35) und (33) in (29) zeigt, daß  $x$  ebenfalls gleich eins ist. Bei dieser Kalkulation decken sich Werte und Preise. Die Tab. 1 der Werte spiegelt deshalb zugleich die  $m'$ -Preise wider. Mithin wird die Konsistenzbedingung eingehalten.

### 5. Ein preiswerter Sieger

Damit haben wir *drei* Alternativen zur Bestimmung der Tauschverhältnisse kennengelernt. Welches der verfügbaren Prinzipien der Preisbildung gewinnt die Oberhand? Tab. 5 informiert über die Profitverteilung der Varianten. Die maximalen Gewinne der Abteilungen sind fett gedruckt.

Tabelle 5: Sektorale Profite alternativer Preissysteme

Abteilung	q-Preise	r-Preise	$m'$ -Preise
I	96	<b>120</b>	60
II	64	53,3	<b>80</b>
III	40	26,6	60
I – III	200	200	200

Wie ersichtlich, hätte die Arbeitswertlehre die Mehrheit der Sektoren hinter sich. Doch sie darf nicht nur deswegen Überlegenheit beanspruchen. Die traditionellen Verfahren sind nämlich u.U. außerstande, ein Konkurrenzgleichgewicht zuwege zu bringen. Wie schon Bortkiewicz bemerkte, sind für  $c_2 = 0$  Situationen denkbar, in denen der Plan scheitert, aus seinen Gleichungen eine uniforme Profitrate herzuleiten. Auch die  $r$ -Preisbildung versagt in diesem Fall, ein Preissystem mit einheitlicher Profitrate zu erzeugen. Aus (24) geht hervor, daß dann  $s$  verschwindet.

Jedoch verfügen die Abteilungen über ein Referenzsystem, an dem sie abwägen können, ob sich das Einschalten in eine gesellschaftliche Arbeitsteilung für sie überhaupt rentiert.  $c_2$  und  $c_3$  sind keineswegs „historische“ Größen. Vielmehr verkörpern sie Arbeit der laufenden Periode. Aus (7)–(9) resultiert:

$$c_2 = v_1 + v_3 - m_2 \quad (36)$$

$$c_3 = m_1 + m_2 - v_3 \quad (37)$$



Folglich kennen die Sektoren 2 und 3 den aktuellen Wert der Produktionsmittel, und nichts hindert sie, gegebenenfalls die Produktionsmittel in einem Parallelprozeß selbst herzustellen. Wenn nötig, erzeugt Abteilung 2 die Luxuswaren und Abteilung 3 die Lohngüter jeweils in Eigenregie; die Wirtschaft zerfiel in autarke Produktionsinseln. Diese „Subsysteme“ fertigen ihre Ware jeweils vollständig integriert, auf Fremdbezug wird verzichtet. Wegen dieser Alternative muß im Gleichgewicht die allgemeine Profitrate mit der Mehrwertsrate übereinstimmen, denn sonst bestünde keine Veranlassung, Vorprodukte von Zulieferern zu beschaffen. Die sektorale Differenzierung darf nirgendwo zu einem schlechteren Ergebnis führen als die vertikale Integration. Arbeit ist in den vorliegenden Modellen der einzige originäre Input; sie allein liefert die Richtschnur einer konkurrenzbeständigen Verteilung des Profits.

### *Literatur*

- Bortkiewicz, L. v. (1907), Zur Berichtigung der grundlegenden theoretischen Konstruktion von Marx im dritten Band des „Kapital“. In: Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, Bd. 34, S. 319–335, Stuttgart.
- Helmedag, F. (1992), Warenproduktion mittels Arbeit. Zur Rehabilitation des Wertgesetzes. Marburg.
- Quaas, F. (1992), Das Transformationsproblem. Ein theoriehistorischer Beitrag zur Analyse der Quellen und Resultate seiner Diskussion. Marburg.
- Sraffa, P. (1960), Production of Commodities by Means of Commodities. Prelude to a Critique of Economic Theory. Cambridge.

### *Zusammenfassung*

Auf der Grundlage des „klassischen“ Ansatzes zur Behandlung des Transformationsproblems von Ladislaus v. Bortkiewicz wird der Nachweis angestrebt, daß die Verteilung des Überschusses nach Maßgabe des Arbeitseinsatzes die einzig stimmige Methode der Profitaufschlüsselung darstellt. Das Modell erlaubt es, sowohl die Defekte der traditionellen („Bortkiewicz-Preise“) als auch der modernen Produktionspreistheorie („Sraffa-Preise“) ans Licht zu bringen: Würden die Gleichgewichtspreise nach einer dieser Vorschriften gebildet, käme es zu keiner gesellschaftlichen Arbeitsteilung. Im Unterschied dazu meistert die Arbeitswertlehre diese Schwierigkeiten. Das Transformationsproblem entpuppt sich als ein Scheinproblem.

### *Summary*

Based on Ladislaus v. Bortkiewicz' 'classical' approach to the transformation problem it is endeavoured to show that the only proper method to allocate profits is the distribution of the surplus in proportion to the input of labour. The model permits the revelation of the defects of the traditional ('Bortkiewicz-prices') as well as those of the modern ('Sraffa-prices') theory concerning prices of production. If equilibrium prices were calculated according to one of these rules, no social division of labour would occur. In contrast to this, the labour theory of value overcomes the difficulties mentioned. The transformation problem turns out to be a pseudo-problem.

Prof. Dr. Fritz Helmedag, TU Chemnitz-Zwickau, Lehrstuhl Volkswirtschaftslehre (Mikroökonomie), Reichenhainer Str. 39, 09126 Chemnitz.