

10 Was lange währt, wird endlich gut: Die optimale Umtriebszeit in der Forstwirtschaft

Fritz Helmedag

Technische Universität Chemnitz

Lehrstuhl für Volkswirtschaftslehre II (Mikroökonomie)

Thüringer Weg 7

09107 Chemnitz

f.helmedag@wirtschaft.tu-chemnitz.de

Abstract:

For about two centuries, the optimal rotation period in timber production has been debated intensively. According to the meanwhile prevalent opinion, the so-called Faustmann condition can cope with the problem. In this way, the present value of forest soil is maximized. The result, however, contradicts the “principle of maximum yield”, i. e. the proposed solution is productively inefficient. The article develops Faustmann’s approach further and provides an objective function which is suited to reconcile the diverging cutting rules.

Keywords: Renewable resources, optimal rotation period, Faustmann condition, maximum sustainable yield

JEL Classifications: Q23, D92

10.1 Den Wald vor lauter Bäumen sehen

Wann sollte aus wirtschaftlicher Sicht Holz gehauen werden? Diese höchst einfach anmutende Frage hat es in sich. Seit über zweihundert Jahren bemühen sich namhafte Gelehrte um die richtige Antwort. Tatsächlich wird eine ganze Reihe von Lösungen der scheinbar simplen Aufgabenstellung angeboten.¹ Zwar gilt unterdessen die (noch näher zu erläuternde) Faustmann-Formel den meisten als korrekter Ansatz², doch es finden sich bis in die Gegenwart immer wieder andere Ratschläge.³ Dabei ist die Entscheidungssituation eigentlich recht übersichtlich: Der Preis der erneuerbaren Ressource, die Netto-Ertragsfunktion pro Fläche (nach Abzug der Fäll- und Transportkosten) in Abhängigkeit der Zeit sowie der Kalkulationszinssatz seien gegeben und konstant. Die stets gleichen Ausgaben für die Setzlinge auf dem Areal sind ebenfalls bekannt.

¹ Einen Überblick enthält Helmedag [7] bzw. [8].

² Siehe statt vieler nur [3] Conrad, [4] Deegen und [2] Borchert.

³ So wird in einem der weltweit meistbenutzten mikroökonomischen Lehrbücher propagiert, den Gegenwartswert einer einzigen Aufforstung zu maximieren: „Der optimale Zeitpunkt für die Schlägerung eines Waldes ist dann gegeben, wenn die Wachstumsrate des Waldes gleich dem Zinssatz ist.“ [19] Varian, S. 246. Bei der Empfehlung handelt es sich um die so genannte Jevons-Fisher-Regel. Vgl. [7] Helmedag, S. 20.

Ferner lassen sich die physischen Einheiten auf Grund der gemachten Annahmen ohne weiteres in monetäre Größen übertragen. Diese für sich schon heroischen Prämissen werden schließlich um den Ausschluss von Unsicherheit ergänzt.

Woher rühren dann trotzdem die Schwierigkeiten, in dieser idealtypisch strukturierten Welt anzugeben, wie lange ein Baum wachsen sollte? Die Crux bei der Sache ist, dass die konkreten Zielstellungen der Forstwirte divergieren können. Steht z. B. die Maximierung eines mengenmäßigen Überschusses oder eines Ertragswertes an? Oder soll alternativ etwa die Rendite auf die Kosten möglichst groß sein? Außerdem hängt es von den jeweiligen Randbedingungen ab, was sich als optimal erweist. Ist der Boden knapp oder in beliebiger Menge vorhanden? Wird der Wald nur einmal gepflanzt oder folgen (prinzipiell) unendlich viele Aufstockungen aufeinander?

Selbstverständlich gibt es auf die exemplarisch genannten Fragen verschiedene, im Einzelnen formal durchaus korrekte Antworten. In diesem Licht erscheint es unangemessen, schlechthin Fehler der Modellbildung zu beanstanden, wo in Wahrheit Rezepte geboten werden, denen höchstens abgesprochen werden kann, dass sie „das“ Waldproblem beheben. Der erste Schritt besteht deshalb darin, die typische Zielsetzung des repräsentativen Forstbetriebes zu kennzeichnen.

Hierzu beginnen wir mit der inzwischen etablierten Ableitung, die auf den Überlegungen Faustmanns aufbaut. Für extreme Konstellationen ergeben sich daraus Rotationsperioden, die mit anderen Namen verbunden sind. Damit haben zwar nicht alle, jedoch die wichtigsten Konkurrenten die Bühne betreten. Anschließend wird geprüft, ob das Grundmodell wirklich das hergibt, was ihm zugeschrieben wird. Es zeigt sich, dass die Weiterentwicklung der Faustmann'schen Gedanken die Diskrepanz der relevanten Alternativen überbrückt und somit verspricht, eine abschließende Lösung zu bieten.

10.2 Etikett und Inhalt

Martin Faustmann (19. 2. 1822 – 1. 2. 1876)⁴ legt sich zu Beginn seiner oft zitierten (wenngleich wohl wenig gelesenen) Abhandlung folgende Frage vor: „Welches ist der reine Geldbetrag, den ein jetzt holzleerer Waldboden immerwährend in jährlich gleicher Größe liefert?“⁵ Es geht ihm also (zunächst) um die Berechnung einer Annuität, welche der ewigen Verzinsung des heutigen Werts einer Parzelle Brachland (KW_B) entspricht, die sich nur für Waldbau eignet.

Zur Ermittlung dieser Größe wird eine Prozesskette betrachtet: Auf eine Erstinvestition der Pflanzkosten (L) folgen unendlich viele Ernte- und Aufforstungsvorgänge. Die einzelnen Bestände wachsen eine (bei Faustmann vorausgesetzte) Zeitspanne (T) und liefern dann den Ertrag $f(T)$ pro Hektar, aus dem die Setzlinge für die nächste Aufstockung bezahlt werden. Bei stetiger Betrachtung mit der Zinsintensität (i) erhält man:

$$KW_B(T) = -L + (f(T) - L)e^{-iT} + (f(T) - L)e^{-2iT} + \dots \quad (10.1)$$

Diese Reihe kann man umstellen:

$$KW_B(T) = (f(T)e^{-iT} - L) + (f(T)e^{-iT} - L)e^{-iT} + (f(T)e^{-iT} - L)e^{-2iT} + \dots \quad (10.2)$$

⁴ Das in den „Biographien bedeutender hessischer Forstleute“ [1] auf S. 161 abgedruckte Foto zeigt indes den Sohn, nicht den Vater.

⁵ [6] Faustmann, S. 442. Ein selten erwähnter Vorläufer ist [10] König.

Die Anwendung der Summenformel bringt:

$$KW_B(T) = \frac{(f(T)e^{-iT} - L)}{1 - e^{-iT}} \geq 0 \text{ für } (f(T)e^{-iT} - L) \geq 0 \quad (10.3)$$

Die null gesetzte Ableitung des Ausdrucks (10.3) informiert näher über den Fällzeitpunkt (T_F), welcher den Wert des Grundstücks maximiert:

$$f'(T_F) = \frac{i(f(T_F) - L)}{1 - e^{-iT_F}} \quad (10.4)$$

Faustmann selbst hat diese Bedingung nicht formuliert, trotzdem hat es sich eingebürgert, sie nach ihm zu nennen.⁶ Um aus dem Term (10.4) die Umtriebszeit T_F zu ermitteln, muss neben dem Zinssatz die konkrete Ertragsfunktion bekannt sein. Hier sollen (wieder)⁷ folgende Spezifikationen gelten:

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{30}t^4(15-t) \\ L &= 100 \\ i &= 10\% \end{aligned} \quad (10.5)$$

Für das willkürlich gegriffene Beispiel⁸ berechnet sich die Rotation⁹ zu:

$$T_F = 10,666$$

Die Verwendung in Gleichung (10.3) ergibt den Preis des nackten Bodens, der quasi durch die forstwirtschaftliche Potenz der Freifläche determiniert ist:

$$KW_B(10,666) = 828,745 \quad (10.6)$$

Die Höhe des Kalkulationszinssatzes i beeinflusst das Ergebnis. Eine Lösung existiert aber nur innerhalb eines bestimmten Kanals, den zwei Extremausprägungen markieren.

Einerseits ist eine Obergrenze einzuhalten, damit der Kapitalwert nicht negativ wird. Im Grenzfall liefert der verschwindende Zähler von Formel (10.3) die maximale „Verzinsungsenergie“ (i_{max}) der Kosten L und die damit verbundene kürzeste Rotationsperiode. Diese Überlegungen firmieren in der Literatur als „Wicksell / Boulding-Lösung“.¹⁰

Andererseits folgt für einen gegen null strebenden Zinssatz gemäß der Regel von de l'Hospital aus der Bedingung (10.4):

$$f'(T) = \lim_{i \rightarrow 0} \frac{f(T) - L}{Te^{-iT}} = \frac{f(T) - L}{T} = PG(T) \quad (10.7)$$

⁶ Treffender wäre es, Pressler und Ohlin als Namenspatrone der Maximierung des reinen Bodenwerts zu wählen. Vgl. [18] Scorgie / Kennedy. Schon der Titel des berühmten Beitrags von Faustmann nennt hingegen zusätzlich „noch nicht haubare Holzbestände“.

⁷ Vgl. [7] Helmedag S. 13 ff.

⁸ Es gibt Schätzungen tatsächlicher Ertragsfunktionen, vgl. etwa [9] Huntley.

⁹ Die Rechenergebnisse sind gerundet.

¹⁰ Vgl. [7] Helmedag, S. 16 ff.

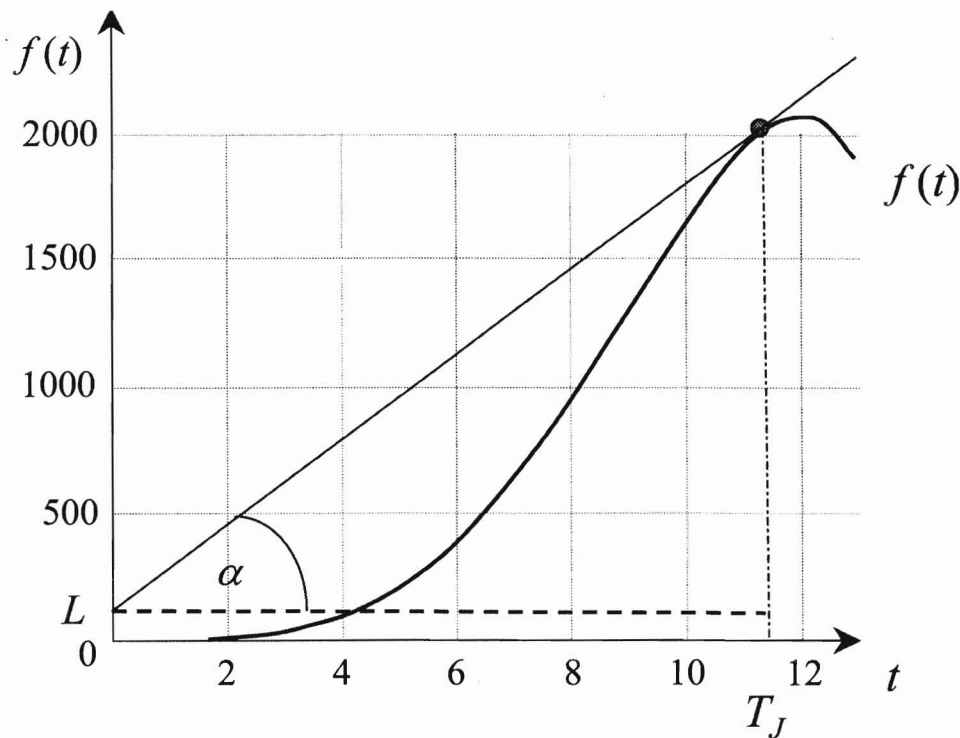


Abbildung 10.1: Die Regel von 1788

Damit verwandelt sich die Optimierung (10.4) der Faustmann-Formel (10.3) in die „klassische“, schon im Jahr 1788 unter Joseph II. erlassene Fällregel¹¹, den höchsten dauerhaften Periodengewinn (PG_J) zu ernten. Die Anweisung verlangt die Übereinstimmung von Grenz- und Durchschnittsertrag:

$$f'(T_J) = \frac{f(T_J) - L}{T_J} \quad (10.8)$$

Offenbar ergibt die Division des bewaldeten Gesamtareals (hier 1 ha) durch die Umtriebszeit die Zahl der Parzellen, welche bei „synchronisierter“ Produktion auf dem Betriebsgelände unterzubringen sind. Diese Teilflächen sind mit gestaffelten Altersstufen der Bäume bestockt, wobei reihum Schritt für Schritt eine Kohorte gehauen wird. Selbstverständlich ist diese „nachhaltige“ Forstpolitik mit verschiedenen Rotationsperioden nicht nur denkbar, sondern gang und gäbe.¹² Für das Exempel berechnet man die Reifeperiode:

$$T_J = 11,296$$

Die Abbildung 10.1 veranschaulicht die Leitlinie. Der vom Kostenblock L ausgehende Fahrstrahl bestimmt als Tangente der Ertragsfunktion $f(t)$ einen Winkel α , dessen Tangens dem größten durchschnittlichen Überschuss pro Jahr entspricht.

¹¹ Vgl. [14] Osmaston, S. 188.

¹² Die „aussetzende“ Produktionsweise eines völligen Kahlschlags ist im Übrigen meist durch einschlägige Verbote untersagt.

An diesem „principle of highest yield“ wurde jedoch heftige Kritik geübt, weil es Kapitalwerte und Zinsen ausblende und somit im Gegensatz zu den Profitabilitätsanforderungen stehe.¹³ Samuelson spricht in seinem einflussreichen Artikel sogar von der „absurden“ Verhaltensweise, das nachhaltige Surplus maximieren zu wollen.¹⁴

Auf der Seite vorher drückt der gleiche Autor allerdings noch seine Verwunderung darüber aus, dass in der Forstwirtschaft mit unrealistisch geringen Zinssätzen kalkuliert werde. Anscheinend fällt es den Waldbauern in Wirklichkeit schwer, von der produktiv effizienten 1788er-Direktive allzu sehr abzuweichen. Tatsächlich wird seit langem ein spezieller „Staatsforst-Wirtschaftszinsfuß“ vorgeschlagen, z. B. in Höhe von etwa 3 %.¹⁵ Solche „Branchenvorbehalte“ dürften mit dafür verantwortlich sein, dass die aus dem Faustmann-Modell abgeleiteten radikalen Abholzungsvorschläge¹⁶ bei dem angesprochenen Adressatenkreis kaum Resonanz finden. Jedenfalls überschreiten die beobachteten Rotationsperioden die auf dem Papier als optimal identifizierten Umtriebszeiten deutlich.¹⁷ Doch die Kluft zwischen Theorie und Praxis lässt sich überbrücken.

10.3 Zurück zu den Wurzeln

Faustmanns Epigonen versetzen sich in Protagonisten, die den Wert jungfräulicher Erde maximieren, auf der *hypothetisch* Holz geerntet werden könnte. Das ist aber nicht die Situation, in der sich ein aktiver Waldbauer befindet. Er verfügt über aufgeforstete Flächen und ihn interessiert, wie lange ein Baum darauf wachsen sollte. *De facto* liegt der Boden bei kontinuierlicher Bebauung *niemals* brach, wie es bei der üblich gewordenen Kalkulation vorausgesetzt wird. Vielmehr umfasst das Unternehmensvermögen in jedem Zeitpunkt sowohl die Werte der aktuellen Bestockung als auch des Grundstücks. Im Unterschied zur späteren Literatur hat Faustmann diesen Aspekt durchaus gewürdigt: „Wird [...] ein mit Holz bestandener Boden verkauft, [...] so hat der Käufer, außer dem Bodenwerthe, noch den durch Letzteres entstehenden Verlust dem Verkäufer zu ersetzen.“¹⁸

Zur Herleitung der allgemeinen Formel ist es zweckdienlich, zunächst das von der Umtriebszeit T abhängige Anlage- und Umlaufkapital an einem bestimmten Datum t ($KW_H(t, T)$) zu Beginn ($t = 0$) und am Ende ($t = T$) eines Produktionszyklus zu betrachten. Am Anfang der Rotationsperiode bestehen die Aktiva aus der Immobilie sowie den Setzlingen. Wie der Rückgriff auf Gleichung (10.3) für $KW_B(T)$ bestätigt, lässt sich diese Summe für $t = 0$ umformen:

$$KW_H(0, T) = L + KW_B(T) = (f(T) + KW_B(T))e^{-i(T-0)} \quad (10.9)$$

In diesem Startmoment ist freilich noch nichts gewachsen. Mit der Entwicklung des Bestandes steigt das monetäre Äquivalent des kultivierten Areals. Bei Erreichung des Ziels, d. h. sobald

¹³ Vgl. nur [13] Ohlin, S. 89.

¹⁴ Vgl. [17] Samuelson, S. 474.

¹⁵ Vgl. [15] Pressler, S. 10, [5] Endres, S. 11 ff. und [16] Sagl, S. 59 ff.

¹⁶ Vgl. etwa [11] Manz, S. 189.

¹⁷ Vgl. [12] Moog/Borchert.

¹⁸ [6] Faustmann, S. 444.

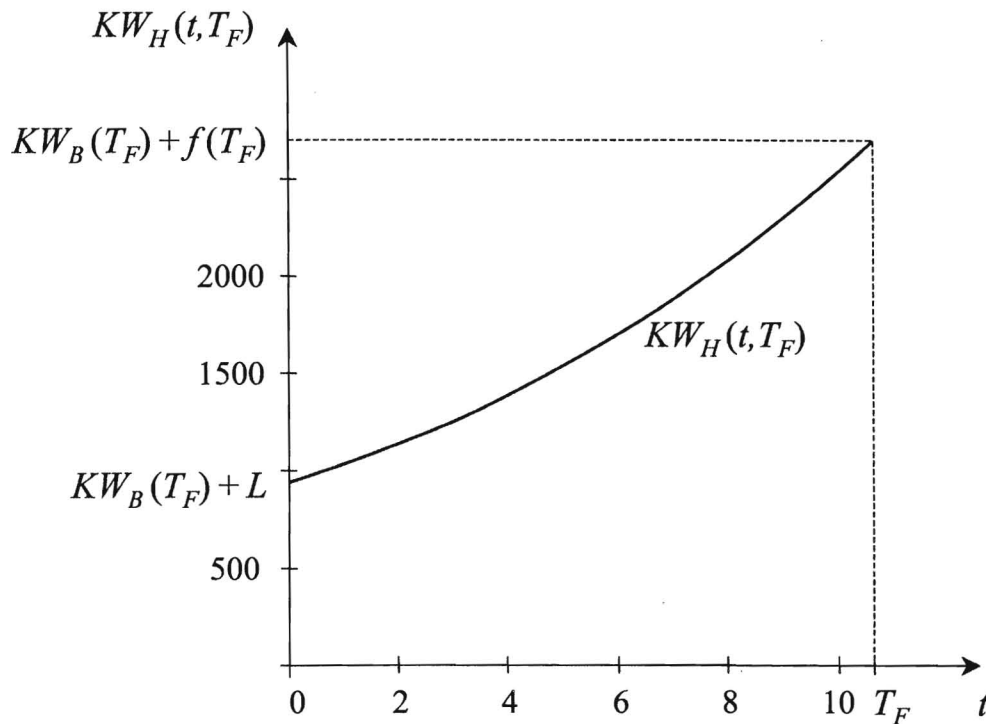


Abbildung 10.2: Der aktuelle Wert eines Faustmann-Forsts

$t = T$ zutrifft, haben sich die Ausgaben für die Anpflanzung in den angestrebten Holzertrag verwandelt:

$$KW_H(T, T) = f(T) + KW_B(T) = (f(T) + KW_B(T))e^{-i(T-T)} \quad (10.10)$$

Aus diesen Vorüberlegungen lässt sich die Gleichung gewinnen, welche für jeden Zeitpunkt den Unternehmenswert liefert:

$$KW_H(t, T) = (f(T) + KW_B(T))e^{-i(T-t)} \text{ mit } 0 \leq t \leq T \quad (10.11)$$

Die Abbildung 10.2 gibt den Verlauf der Funktion (10.11) für $T = T_F$ wieder. In der logischen Initialsekunde setzt sich $KW_H(0, T_F)$ sowohl aus dem Landbesitz $KW_B(T_F) = 828,745$ als auch aus den Pflanzkosten $L = 100$ zusammen. Am Ende der Rotationsperiode tritt neben den Preis der Parzelle der zu erzielende Erlös für den schlagreifen Bestand $f(T_F) = 1869,71$.

Die Optimierung kann sich freilich nur auf einen gewichteten Mittelwert $\varnothing KW_H(T)$ richten. Nach Substitution der entsprechenden Ausdrücke beträgt die durchschnittliche Bilanzsumme im vorliegenden Fall:

$$\varnothing KW_H(T_F) = \frac{\int_0^{T_F} [f(T_F) + KW_B(T_F)]e^{-i(T_F-t)} dt}{T_F} = 1659,206 \quad (10.12)$$

Das berechnete Vermögen übertrifft den reinen Bodenwert (10.6) à la Faustmann und entspricht dem als ewige Rente interpretierten synchronisierten Ertragsüberschuss pro Jahr und Hektar

(PG_F). Bei dieser Produktionsweise ist die Fläche in T_F Teile mit kontinuierlich gestuftem Altersaufbau getrennt:

$$PG_F = \frac{f(T_F) - L}{T_F} = 165,920 \quad (10.13)$$

Eine Analyse des allgemeinen Ausdrucks ($\emptyset KW_H(T)$) zur Maximierung der *gesamten* Aktiva des Betriebes, also der bestockten Fläche, zeigt allerdings, dass der größte Bodenwert keineswegs mit der höchsten Annuität korrespondiert. Die Zielfunktion sieht zwar zunächst ziemlich voluminös aus, vereinfacht sich aber auf einen recht kompakten Quotienten:

$$\emptyset KW_H(T) = \frac{\int_0^T \left(f(t) + \frac{f(T)e^{-iT} - L}{1 - e^{-iT}} \right) e^{-i(T-t)} dt}{T} = \frac{f(T) - L}{iT} \quad (10.14)$$

Die profitabelste Phasenlänge (T^*) ergibt sich jetzt aus der verschwindenden Ableitung der rechten Seite von Formel (10.14) und stimmt mit der zinsunabhängigen Joseph-II.-Regel überein:

$$f'(T^*) = \frac{f(T^*) - L}{T^*} \quad (10.15)$$

Für das Beispiel gilt:

$$\begin{aligned} T^* &= T_J = 11,296 \\ \emptyset KW_H(T^*) &= 1691,079 \end{aligned} \quad (10.16)$$

Das Ergebnis (10.16) schlägt das Resultat (10.12): Die optimale Wachstumsdauer der Bäume ist identifiziert.

Wie hoch ist vor diesem Hintergrund der „richtige“ Wert unbepflanzter Erde? Wenn der Landbesitzer tatsächlich keinen Waldbau betreibt, könnte prinzipiell die aus der Faustmann-Überlegung abgeleitete Bedingung verwendet werden – sofern sich der Kalkulationszinsfuß in dem abgesteckten Intervall $0 \leq i \leq i_{max}$ bewegt. Tatsächlich wollte Faustmann jedoch zeigen, dass bei gegebener Umtriebszeit „... der Bodenwerth bei nachhaltigem Betriebe nicht größer ist, als der bei außersetzendem; daß also beide Betriebe ganz gleich pecuniäre Vortheile gewähren.“¹⁹

Den ermittelten Betrag wird freilich kein Käufer zahlen. Denn für *jede* Rotationsperiode T reicht der Ertrag gerade hin, die kumulierten Zinsen auf einen gemäß Gleichung (10.3) bestimmten Preis des Areals $KW_B(T)$ nebst den Pflanzkosten zu begleichen:

$$\left(\frac{f(T)e^{-iT} - L}{1 - e^{-iT}} + L \right) (e^{iT} - 1) = f(T) - L \quad (10.17)$$

Demnach muss der Verkaufserlös unter dem kalkulierten Immobilienwert liegen, um einen Erwerb überhaupt erst lukrativ zu machen. Wenn die Produktion einmal in Gang gesetzt ist, orientiert sich der Forstwirt zweckmäßigerweise an der Optimierungsvorschrift (10.15), da sie den höchsten Ertragswert bzw. den maximalen Periodengewinn abwirft.

¹⁹ [6] Faustmann, S. 458.

Die Berücksichtigung der Entwicklung des Holzkapitals im Faustmann-Kalkül führt also zu den frühen Anfängen zurück: einer rein physisch determinierten effizienten Ausreifung der erneuerbaren Ressource. Indem sich die nachhaltige, am stofflichen Überschuss orientierte Wirtschaftsweise zugleich als die rentabelste Bebauungsmethode bestätigt, werden *ipso facto* die lange konstatierten Unvereinbarkeiten zwischen der Investorenperspektive und der unternehmerischen Sicht ausgeräumt.

Literatur

- [1] *Georg-Ludwig-Hartig-Stiftung (Hrsg.):* Biographien bedeutender hessischer Forstleute. Wiesbaden, Sauerländer, 1990
- [2] *Borchert, Herbert:* The Economically Optimal Amount of Timber Cut in Forests. Frankfurt a. M., Sauerländer, 2002
- [3] *Conrad, Jon M.:* Resource Economics. Reprinted 2006. Cambridge u. a., Cambridge University Press, 1999
- [4] *Deegen, Peter:* Aufforstung und Holzeinschlag als Investitionsprobleme in einer statischen Welt. Dresden, TU Dresden, 2001
- [5] *Endres, Max:* Lehrbuch der Waldwertrechnung und Forststatistik. Berlin, Julius Springer, 3. Auflage, 1919
- [6] *Faustmann, Martin:* Berechnung des Werthes, welchen Waldboden, sowie noch nicht haubare Holzbestände für die Waldwirtschaft besitzen. Allgemeine Forst- und Jagd-Zeitung, December 1849, S. 441–451
- [7] *Helmedag, Fritz:* Die optimale Rotationsperiode erneuerbarer Ressourcen. In: *Helmedag, Fritz; Backhaus, Jürgen (Hrsg.):* Holzwege, Forstpolitische Optionen auf dem Prüfstand. Marburg, Metropolis, 2002, S. 11–42
- [8] *Helmedag, Fritz:* The Optimal Rotation Period of Renewable Resources: Theoretical Evidence from the Timber Sector. In: *Kaiser, Dieter G.; Füss, Roland; Fabozzi, Frank (Hrsg.):* Handbook of Commodity Investing. Hoboken, Wiley, 2008
- [9] *Huntley, Ian:* Forest Management. In: *Huntley, I. D.; James, D. J. G. (Hrsg.):* Mathematical Modelling. Oxford u. a., Oxford University Press, 1990
- [10] *König, G.:* Die Forstmathematik mit Anweisung zur Holzvermessung, Holzschätzung und Waldwerthberechnung nebst Hülftafeln für Forstschätzer. Gotha, in Commission der Beck-schen Buchhandlung, 1835
- [11] *Manz, Peter:* Die Kapitalintensität der schweizerischen Holzproduktion. Bern, Paul Haupt, 1987

- [12] *Moog, Martin; Borchert, Herbert*: Increasing Rotation Periods During a Time of Decreasing Profitability of Forestry – a Paradox? In: *Forest Policy and Economics*, 2, 2001, S. 101–116.
- [13] *Ohlin, Bertil*: Concerning the Question of the Rotation Period in Forestry. In: *Journal of Forest Economics*, 1, 1995, S. 89–114 (Übersetzung des Originals aus dem Jahr 1921)
- [14] *Osmaston, F. C.*: *The Management of Forests*. London, George Allen and Unwin, 1968
- [15] *Pressler, Max Rob.*: *Der Rationelle Waldwirth und sein Waldbau des höchsten Ertrags. Zweites (selbstständiges) Buch. Die forstliche Finanzrechnung mit Anwendung auf Wald-Werthschätzung und -Wirtschaftsbetrieb*. Dresden, Woldemar Türk, 1859
- [16] *Sagl, Wolfgang*: *Bewertung in Forstbetrieben*. Berlin, Wien, Blackwell Wissenschafts-Verlag, 1995
- [17] *Samuelson, Paul A.*: Economics of Forestry in an Evolving Society. In: *Economic Inquiry*, 14, 1976, S. 466–492
- [18] *Scorgie, Michael; Kennedy, John*: Who Discovered the Faustmann Condition? In: *History of Political Economy*, 28, 1996, S. 77–80
- [19] *Varian, Hal R.*: *Grundzüge der Mikroökonomik*. München, Wien, Oldenbourg, 7. Auflage, 2007