

Quelle: Helmedag, F. / Reuter, N. (Hrsg.), Der Wohlstand der Personen, Festschrift zum 60. Geburtstag von Karl Georg Zinn, Marburg (Metropolis) 1999 (DM 49,80), S. 43-68.

## **Ohne Werte und kreislaufschwach: Zum Status der Allgemeinen Gleichgewichtstheorie**

*Fritz Helmedag*

Karl Georg Zinn hat sich in seiner wissenschaftlichen Arbeit intensiv mit den „Marktergebnissen“ des modernen Kapitalismus beschäftigt. Dabei werden in seinen Schriften zum einen die in der Realität beobachtbaren Leistungsmängel und Funktionsdefizite beleuchtet. Zum anderen birgt das Werk unseres Jubilars eine lehrreiche Darstellung und Interpretation grundlegender Erklärungs- und Deutungsmuster der ökonomischen Theorie. Ein Fixpunkt seines Schaffens ist seit längerem die Arbeitswertlehre.<sup>1</sup> Jüngst hat Karl Georg Zinn erneut den Nachweis geliefert, wie weit eine Analyse auf dieser Basis trägt.<sup>2</sup>

Freilich gibt es gegenwärtig nur ganz wenige, die im Fach für Kontinuität sorgen, indem sie den Ansatz der Gründungsväter und Großtheoretiker unserer Disziplin, nämlich Adam Smith (1723-1790), David Ricardo (1772-1823) und Karl Marx (1818-1883), hochhalten. Vor diesem Hintergrund wäre es reizvoll gewesen, an dieser Stelle das Thema anzuschlagen und der Arbeitswertlehre Komplimente zu machen – was den Vorzug gehabt hätte, schmeicheln zu können, ohne schwindeln zu müssen. Zwei Gründe haben dagegen gesprochen. Der erste (und schwächere) liegt darin, daß in puncto werttheoretischer Fundierung der Ökonomik der Leser bei Bedarf eine

---

<sup>1</sup> Vgl. vor allem *Zinn, Karl Georg, Sozialistische Planwirtschaftstheorie, Grundlagen und aktuelle Probleme der Arbeitswertlehre*, Stuttgart u. a. 1971; *Zinn, Karl Georg, Arbeitswerttheorie, Zum heutigen Verständnis der positiven Wirtschaftstheorie von Karl Marx*, Herne / Berlin 1972.

<sup>2</sup> Vgl. *Zinn, Karl Georg, Wie Reichtum Armut schafft, Verschwendung, Arbeitslosigkeit und Mangel*, Köln 1998.

Kurzfassung meiner Sichtweise andernorts unter die Lupe nehmen kann.<sup>3</sup> Ein weiterer Gesichtspunkt wiegt schwerer: Karl Georg Zinn dürfte aus meiner Feder zu dem Stoff kaum (noch) etwas erfahren, das bei ihm eine nennenswerte Wissenslücke schließt. Das ist zwar angesichts der umfassenden Bildung des zu Ehrenden vom schließlich gewählten Gegenstand auch nicht unbedingt zu erwarten. Doch die folgende kritische Bestandsaufnahme der Allgemeinen Gleichgewichtstheorie stößt vielleicht deshalb auf Interesse, weil der Versuch unternommen wird, elementar (und trotzdem hinreichend exakt) den Kern der herrschenden Lehre sowie ihren ideologischen Gehalt freizulegen.<sup>4</sup> Stärker als üblich werden dabei makroökonomische Aspekte beleuchtet.

Insgesamt wird sich herausstellen, daß die etablierte Doktrin ziemlich schwach auf der Brust ist, was sich offenbar beim „Fußvolk“ nicht so recht herumgesprochen hat. Vielmehr krönt dieser Zweig der Standardökonomik nach Ansicht vieler die Wirtschaftstheorie, wird doch anscheinend die Funktionsweise von Angebot und Nachfrage in Reinkultur studiert und vermeintlich der schlüssige Beweis erbracht, daß in dieser Idealwelt alles zum Besten gerichtet sei. Selbstverständlich kommt es bei der bevorstehenden Überprüfung dieser Glaubenssätze darauf an, sich nicht im Detail zu verlieren und das Ziel im Auge zu behalten.<sup>5</sup>

## 1. Wirtschaften aus Beständen

Die Pionierleistung von Léon Walras (1834-1910) bestand in dem Versuch, ein über die Preise wechselseitig verschränktes Marktsystem formal in den Griff zu bekommen: Sein mikroökonomisches Totalmodell gilt als Geburtsstunde der Allgemeinen Gleichgewichtstheorie. Walras wies die klassische

---

<sup>3</sup> Vgl. *Helmedag, Fritz*, Warenproduktion mittels Arbeit oder Die Neueröffnung der Debatte, in: *Nach der Wertdiskussion?*, hrsg. v. *Eicker-Wolf, Kai / Nichoj, Thors-ten / Wolf, Dorothee*, Marburg 1999, S. 55-79.

<sup>4</sup> Vgl. zum Ideologieproblem in der politischen Ökonomie *Zinn*, *Wie Reichtum . . .*, a.a.O., S. 162 ff.

<sup>5</sup> Eine informative Darstellung der Entwicklung der Allgemeinen Gleichgewichtstheorie bieten *Ingrao, Bruna / Israel, Giorgio*, *The Invisible Hand, Economic Equilibrium in the History of Science*, Cambridge (Mass.) 1990.

Trennung zwischen knappen und vermehrbaren Gütern zurück. John Stuart Mill (1806-1873), der fast wörtlich Ricardos Unterscheidung aufgegriffen hatte, erfährt Kritik:

„. . . all things constituting social wealth consist of land and personal faculties or the products of the services of land and personal faculties . . . land exists in limited quantities only. If that is also true of human faculties, how can products be multiplied without limit?“<sup>6</sup>

Mit einer solchen Relativierung schiebt Walras faktisch die Bedeutung der Produktion und damit die Beschäftigungsproblematik zur Seite. Ins Zentrum rückt das optimierende Individuum vor dem Hintergrund anzutreffender Verhältnisse, ökonomisch: gegebener Erstaussstattungen. Freilich deutet obige Passage auf ein gravierendes Mißverständnis hin: Ricardo behauptete nicht, alle Güter könnten nach Belieben hergestellt werden, sondern es bestehe für das einzelne Gut keine Schranke der Erzeugung, sofern entsprechend Produktionsfaktoren eingesetzt werden:

„In speaking . . . of commodities, of their exchangeable value, and of the laws which regulate their relative prices, we mean always such commodities only as can be increased in quantity by the exertion of human industry, and on the production of which competition operates without restraint.“<sup>7</sup>

Obwohl Walras sozioökonomische Klassen erwähnt, bestimmen für ihn Anbieter und Nachfrager das Geschehen. Soweit der Fabrikationsprozeß behandelt wird, läßt er sich als indirekter Tausch interpretieren; hier wie dort wird etwas auf- oder abgegeben, um etwas anderes zu erhalten. Vilfredo Pareto (1848-1923) hat das einige Jahre später ohne Wenn und Aber konstatiert:

„In a general way, when an individual gives up a certain quantity of a good in order to procure another one, we will say that he transforms the first good into the second. He can proceed by exchange, giving up to others the first good and receiving from them the second; he can accomplish it by

---

<sup>6</sup> Walras, *Léon*, *Elements of Pure Economics or the Theory of Social Wealth*, übersetzt nach der Edition Définitive (1926) von *Jaffé, William*, London 1954 (Reprint 1984), S. 399.

<sup>7</sup> *Ricardo, David*, *On the Principles of Political Economy and Taxation* (1817), in: *The Works and Correspondence of David Ricardo*, hrsg. v. *Sraffa, Piero*, Bd. I, Cambridge 1970, S. 12.

production, actually transforming the first good into the second himself. In addition he can, for this operation, turn to a person who transforms goods, a producer.“<sup>8</sup>

Die für klassische Analysen typische Vorstellung eines zirkulär miteinander verknüpften Systems arbeitsteiliger Produktion mit Überschüßerzeugung spielt keine Rolle mehr. Deshalb fehlt kein wesentlicher Gesichtspunkt, wenn wir uns hier auf den Tausch aus Beständen konzentrieren. Jedoch werden Schnittstellen zur Produktion angesprochen.

Walras stellt zunächst die Gleichungen für sämtliche binären Mengenbeziehungen auf. Da sich jedes der  $n$  Güter gegen die restlichen  $(n - 1)$  tauschen kann, haben wir im ersten Schritt  $n(n - 1)$  Tauschverhältnisse. Freilich sind die Hälfte davon die Kehrwerte des entsprechenden Pendants.<sup>9</sup> Die Untersuchung wird wesentlich erleichtert, sobald die Zahl der relativen Preise  $R(n) = \frac{n(n-1)}{2}$  durch Einführung eines Zählgutes reduziert wird: „The commodity in terms of which the price of all others are expressed is the ‘Numéraire’.“<sup>10</sup> Damit verringert sich die Zahl der absoluten Preise auf  $A(n) = n - 1$ .

Selbstverständlich ist die Wahl des Bezugspunktes in Wirklichkeit eine Angelegenheit der Wirtschaftsgesellschaft. Da neben den  $n$  Gütern noch bestimmte Güterbündel als Preismaß dienen könnten, lassen sich prinzipiell beliebig viele absolute Preislisten ermitteln. Sie teilen indes die Eigenschaft, das gleiche System der Tauschrelationen widerzuspiegeln. Diese ergeben sich jeweils als Quotient der entsprechenden absoluten Preise. Walras hat sich dafür entschieden, das  $n$ -te Gut zur Recheneinheit zu erheben. Bezeichnen wir die darauf bezogenen absoluten Preise mit  $\pi_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ), lassen sich die Nachfrage- und Angebotsfunktionen wegen  $\pi_n \equiv 1$  wie folgt formulieren:

$$x_j^d = x_j^d(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-1}) \quad (1a)$$

---

<sup>8</sup> Pareto, *Vilfredo*, *Manual of Political Economy* (Übersetzung der französischen Ausgabe von 1927), London / Basingstoke 1971, S. 124.

<sup>9</sup> Vgl. Helmedag, Fritz, *Geldfunktionen*, in: *das wirtschaftsstudium (wisu)*, 24. Jg. (1995), S. 711-717.

<sup>10</sup> Walras, *Elements . . .*, a.a.O., S. 161. Eine solche Vereinbarung setzt die Nullhomogenität der Nachfragefunktionen voraus.

$$x_j^s = x_j^s(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-1}) \quad (1b)$$

Es erweist sich als zweckmäßig, Überschußnachfragen zu definieren, welche die Differenz zwischen Nachfrage und Angebot angeben:

$$x_j^e = x_j^d - x_j^s \quad (2)$$

Totales mikroökonomisches Gleichgewicht herrscht, wenn für jedes Gut die Überschußnachfrage verschwindet.<sup>11</sup> Um die Frage der Existenz einer solchen Situation zu beantworten, müssen die einzelnen Akteure ins Spiel gebracht werden.

## 2. Gleichungen und Gesetze

Angenommen, die Wirtschaftsgesellschaft umfasse  $m$  Individuen, wovon das  $h$ -te ( $h = 1, 2, \dots, m$ ) eine bestimmte Menge  $x_{jh}^s$  des Gutes  $j$  im Handel abgibt bzw.  $x_{jh}^d$  im Tausch erwirbt. Es interessieren die  $x_{jh}^e = x_{jh}^d - x_{jh}^s$  Bestandsveränderungen bei den Beteiligten. Dies sind  $m \cdot n$  Größen. Dazu kommen die  $n - 1$  absoluten Preise, so daß  $m \cdot n + n - 1 = n(m + 1) - 1$  Unbekannte gesucht werden.

Eine entscheidende Annahme verlangt die Übereinstimmung von Ausgaben und Einnahmen auf der Haushaltsebene, d. h. es wird weder gespart noch auf Kredit gekauft. Deswegen gelten die Budgetrestriktionen:

$$\sum_{j=1}^n \pi_j x_{jh}^d = \sum_{j=1}^n \pi_j x_{jh}^s \quad h = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

Aus dieser Darstellung geht hervor, daß sämtliche Käufe und Verkäufe in der gleichen logischen Sekunde stattfinden müssen, da sonst die Beschaffung von Gütern von anderen Akteuren nicht zu bezahlen ist. In dieser Wirtschaft finanzieren sich – im Unterschied zu einer mit „richtigem“ Geld – effektive Nachfrage und absorbiertes Angebot wechselseitig.

---

<sup>11</sup> Die klassische Gleichgewichtsbedingung fordert hingegen eine einheitliche *positive* Profitrate als Charakteristikum des Endzustandes, auf den der Wettbewerbsprozeß zusteuert. Vgl. hierzu *Helmedag*, Warenproduktion . . . , a.a.O.

Gemäß subjektiver Wertlehre und Zweitem Gossenschen Gesetz sind außerdem im Konsumoptimum die gewogenen Grenznutzen gleich:

$$\frac{U'_{jh}}{\pi_j} = \frac{U'_{nh}}{\pi_n} = U'_{nh} \quad j = 1, 2, \dots, n-1 \quad h = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

Ferner stimmt im Gleichgewicht die insgesamt abgesetzte Menge eines Guts  $j$  mit der nachgefragten Menge überein:

$$\sum_{h=1}^m x_{jh}^d = \sum_{h=1}^m x_{jh}^s \quad (5)$$

Oder:

$$\sum_{h=1}^m (x_{jh}^d - x_{jh}^s) = x_j^e = 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

Damit haben wir  $m$  Budgetrestriktionen gemäß (3),  $(n-1)m$  Optimalverhältnisse für den Konsum aus (4) sowie, wie noch zu zeigen ist,  $(n-1)$  *unabhängige* Gleichgewichtsbedingungen für die einzelnen Märkte laut (6). Insgesamt sind dies  $m + (n-1)m + n - 1 = n(m+1) - 1$  Gleichungen. Da  $n(m+1) - 1$  Unbekannte existieren, wirkt das System auf den ersten Blick lösbar. Geklärt werden muß, wieso (6) eine von den anderen determinierte Gleichung enthält. Tatsächlich ist die Überschufnachfrage  $x_n^e$  durch die  $(n-1)$  anderen Märkte bestimmt. Dies demonstrieren wir, indem wir die Budgetrestriktionen in (3) zunächst über alle Haushalte summieren:

$$\sum_{h=1}^m \left[ \sum_{j=1}^n \pi_j x_{jh}^d - \sum_{j=1}^n \pi_j x_{jh}^s \right] = 0 \quad (3a)$$

Umformung bringt:

$$\sum_{j=1}^n \pi_j \left[ \sum_{h=1}^m (x_{jh}^d - x_{jh}^s) \right] = 0 \quad (3b)$$

Unter Verwendung von (6) resultiert:

$$\sum_{j=1}^n \pi_j x_j^e = 0 \quad (7)$$

Wegen  $\pi_n \equiv 1$  ermittelt man somit:

$$\sum_{j=1}^{n-1} \pi_j x_j^e + x_n^e = 0 \quad (8)$$

Daraus folgt das „Walras-Gesetz“, das eigentlich bloß eine Identität ausdrückt:

$$\sum_{j=1}^{n-1} \pi_j x_j^e(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-1}) = -x_n^e(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-1}) \quad (9)$$

Das Überschußangebot ( $-x_n^e$ ) des als Preismaß dienenden Guts muß die kumulierte Überschußnachfrage aller anderen Güter absorbieren; der Markt für die Zählleinheit spiegelt sozusagen das Resultat der restlichen Umsätze. Dies trifft für jedes beliebige Preissystem  $\pi_j$  zu.

Sofern jedoch bei einem gleichgewichtigen (Walras-)Preissystem  $\pi_1^W, \pi_2^W, \dots, \pi_{n-1}^W$  jeder einzelne der  $(n - 1)$  Märkte geräumt ist, ist zwangsläufig der Numérairemarkt ebenfalls im Gleichgewicht, da die übrigen Transaktionen sich sozusagen selbst finanzieren. Ohne „false trading“ gilt mithin:

$$x_j^e(\pi_1^W, \pi_2^W, \dots, \pi_{n-1}^W) = 0 \quad j = 1, 2, \dots, n - 1 \quad (10)$$

Daraus ergibt sich die „Walras-Folgerung“:

$$x_n^e = 0 \quad (11)$$

Hiervon ist das nach Jean Baptiste Say (1767-1832) benannte „Gesetz“ zu unterscheiden.<sup>12</sup> Treffender wäre es, lediglich von einer Hypothese zu

---

<sup>12</sup> Vgl. *Lange, Oscar*, Say's Law: A Restatement and Criticism, in: *Studies in Mathematical Economics and Econometrics*, In Memory of Henry Schultz, hrsg. v. *Lange, Oscar / McIntyre, Francis / Yntema, Theodore O.*, Chicago 1942, S. 49-69. Vgl. auch *Zinn, Karl Georg*, Arbeit, Konsum, Akkumulation, Versuch einer integralen Kapitalismusanalyse von Keynes und Marx, Hamburg 1986, S. 46 ff.

sprechen. Say behauptet, der einzige Grund, Einkommen zu erzielen, bestehe darin, es völlig für Konsumgüter auszugeben: Das Angebot schafft sich seine Nachfrage, lautet der Schlachtruf. Bezeichnen wir die ersten  $(n - 1)$  Märkte als den Realteil der Wirtschaft, während der  $n$ -te Markt sich auf das Geldgut, z. B. Gold, beziehen soll. Ein ausgeglichener Markt für das allgemeine Tauschmittel – die rechte Seite in (9) verschwindet – deutet auf das fehlende Sparmotiv hin. Andererseits ist auf *einzelnen* Gütermärkten zu einem bestimmten (Say-)Preisvektor  $\pi_1^S, \pi_2^S, \dots, \pi_{n-1}^S$  eine Überschußnachfrage denkbar. Sie wird allerdings im Realteil der Ökonomie durch ein entsprechendes Überschußangebot („verstopfte Absatzwege“) kompensiert:

$$\sum_{j=1}^{n-1} \pi_j^S x_j^e(\pi_1^S, \pi_2^S, \dots, \pi_{n-1}^S) = 0 \quad (12)$$

Wegen der Allgemeingültigkeit des Walras-Gesetzes (9) resultiert desgleichen die Walras-Folgerung (11), aber ohne die Räumung *jedes einzelnen* der  $(n - 1)$  Märkte zu postulieren.

### 3. Tastversuche ohne Erfolgsgarantie

Die Übereinstimmung der Zahl der Unbekannten mit der der Gleichungen verbürgt keine akzeptable Lösung des Walras-Problems: Vorausgesetzt, das System der Überschußnachfragen sei linear und regulär – womit es aus mathematischer Sicht eindeutig bestimmbar ist – muß ferner die Nichtnegativität der Preise gefordert werden, damit das Resultat ökonomisch Sinn macht. Walras meinte, die Angelegenheit der Konkurrenz überantworten zu können:

„Now there remains only to show – and this is the essential point – that the problem of exchange for which we have just given a theoretical solution is the selfsame problem that is solved empirically on the market by the mechanism of free competition.“<sup>13</sup>

Dabei hatte er als Ideal eines Wettbewerbsmarktes die *Auktion* im Auge:

„The markets which are best organized from the competitive standpoint are those in which purchases and sales are made by auction, . . . in such a way

---

<sup>13</sup> Walras, Elements . . . , a.a.O., S. 162 f.



that the terms of every exchange are openly announced and an opportunity is given to sellers to lower their prices and to buyers to raise their bids.“<sup>14</sup>

Offensichtlich glaubt Walras, diese Mechanik repräsentiere freie Konkurrenz in Reinkultur.<sup>15</sup> Die beschriebene Auktion schildert einen *Preiswettbewerb*: Vorgegeben ist ein Objekt, um das gefeilscht wird. Jedoch dreht Walras das Verfahren noch auf der gleichen Seite um: Er verweist auf den Handel mit „3 per cent French Rentes“ an der Pariser Börse. Nun werden zu einem ausgerufenen Preis Angebots- und Nachfragemengen eingeholt. Decken sie sich, ist der Markt im Gleichgewicht. Übersteigt die Nachfrage das Angebot, erhöht der Auktionator den Preis solange, bis Übereinstimmung hergestellt ist. Bei einem Angebotsüberschuß wird der Preis gesenkt. Dementsprechend werden nacheinander die  $(n - 1)$  Preise der Güter mit dem  $n$ -ten Gut als Preismaß ausgerufen und sukzessive die Märkte ins Gleichgewicht gebracht.

Selbstverständlich ist keineswegs sicher, daß bei Erreichen des letzten Marktes die vorhergehenden noch im Gleichgewicht sind. Durch Substitutions- und Komplementaritätsbeziehungen zwischen den Gütern dürfte dies sogar eher unwahrscheinlich sein. Trotzdem gilt Gleichung (9) auch zu den „falschen“ Preisen der ersten Runde: Der Markt des Zählgutes spiegelt die Summe der Überschußnachfragen mit umgekehrtem Vorzeichen wider. Der Auktionator wiederholt nun die Prozedur solange, bis sämtliche Überschußnachfragen verschwinden, d. h. es muß ein Preissystem gefunden worden sein, bei dem jede einzelne Überschußnachfrage Null beträgt. Unklar ist indes, ob das „*tatônnement*“ konvergiert.

Und selbst wenn ein Gleichgewichtsvektor existieren sollte, wird er womöglich nicht erreicht oder nur nach langem Suchen. In der Zwischenzeit findet kein Tausch statt, erst nach Ermittlung der „richtigen“ Preise werden

---

<sup>14</sup> Ebenda, S. 83 f.

<sup>15</sup> Eine alternative Methode stellt das auf Francis Ysidro Edgeworth (1845-1926) zurückgehende „Recontracting“ dar. Ohne Auktionator gehen die Tauschwilligen vorläufige Verträge ein, die erst vollzogen werden, wenn niemand mehr eine bessere Tauschgelegenheit findet. Sofern keine Suchkosten anfallen und die Zahl der Beteiligten groß ist, wird vermutlich die gleiche Allokation wie bei Preisnehmerverhalten erreicht. Gewiß ist freilich nur, daß der „Kern“, das sind die paretosuperioren Verteilungen, schrumpft. Vgl. zu dem Komplex *Hildenbrand, Werner / Kirman, Alan P., Equilibrium Analysis*, Amsterdam u. a. 1988, insbes. S. 163 ff.

die Geschäfte abgewickelt.<sup>16</sup> Aus der Beschreibung des Ablaufs geht hervor, daß die „invisible hand“ des Marktes bei Walras eine sichtbare Gestalt angenommen hat. Eine *Zentralinstanz* in Form des Auktionators koordiniert die Interaktion des Publikums.<sup>17</sup> Trotz dieser eigenwilligen Konstruktion übernimmt der fiktive, selbstlose Helfer keineswegs die Gewähr für die Eigenschaften, die der freien Konkurrenz von Walras zugeschrieben wurden. Daher war weiterer Forschungsbedarf gegeben.

#### 4. Gesamtwirtschaftliche Aspekte

Ehe wir die Walras-Wirtschaft genauer durchleuchten, lohnt es sich, einen Blick auf wirtschaftspolitische Implikationen des Ansatzes zu werfen. In der Makroökonomik werden üblicherweise aggregierte Märkte für Güter, Geld, Wertpapiere und Arbeit betrachtet. Wären die ersten drei im Gleichgewicht, dürfte es nach dem Walras-Gesetz keine (unfreiwillige) Arbeitslosigkeit geben. Hiermit wird die Theorie von John Maynard Keynes (1883-1946) herausgefordert, der zufolge das marktwirtschaftliche System sich auf einem Niveau einpendeln könne, wo alle Märkte außer dem für Arbeit im Gleichgewicht seien. Neoklassiker strenger Observanz sehen darin eine Inkonsistenz: „Gleichgewicht bei Unterbeschäftigung“ widerspreche der Marktlogik.

Hierzu sind einige Bemerkungen angebracht. In der reinen Walras-Wirtschaft zirkuliert kein Geld im faktischen Sinne. Es wurde zwar eine Recheneinheit vereinbart, ob aber dieses *n*-te Gut tatsächlich die Tauschmit-

---

<sup>16</sup> Clowers Erklärung des Unterbeschäftigungsgleichgewichts beruht auf einer Analyse der Auswirkungen von „false trading“. Seine „duale Entscheidungshypothese“ berücksichtigt die Tatsache, daß bei einem Tausch zu nicht markträumenden Preisen Restriktionen bindend werden, die das Erreichen des Vollbeschäftigungsgleichgewichts verhindern. Vgl. *Clower, Robert W.*, Die keynesianische Gegenrevolution: eine theoretische Kritik, in: Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik, Bd. 99 (1963), S. 8-31. Siehe ferner *Zinn, Arbeit . . .*, a.a.O., S. 72 ff.

<sup>17</sup> Enrico Barone (1859-1924) hat 1908 das Modell planwirtschaftlich gewendet: Ein „Produktionsministerium“ vermag die Allokation zu steuern, indem es in Kenntnis sämtlicher Präferenzen für die Realisation eines Gleichgewichtes sorgt. Vgl. hierzu *Zinn, Karl Georg*, Wohlstand und Wirtschaftsordnung, Zur Leistungsfähigkeit von marktwirtschaftlichen und planwirtschaftlichen Systemen, Darmstadt 1972, S. 50 ff.

telfunktion ausübt, wissen wir nicht.<sup>18</sup> Und selbst wenn dies der Fall wäre, handelte es sich um Substanzgeld (wie Gold), das entweder nur mit Faktoreinsatz vermehrbar ist oder einer natürlichen Knappheit unterliegt. Ein Zeichengeldsystem muß die Erzeugung der Kaufkraftrepräsentanten anderen Regulierungen unterwerfen. Dann aber gibt es keinen „Geldmarkt“ á la  $n$ -ter Markt im Walras-System. Vielmehr gilt das Diktum von Don Patinkin: „. . . the demand for money is identical with the supply of all goods.“<sup>19</sup> Es gehört zu den verblüffenden Ungereimtheiten vieler makroökonomischer Lehrbücher, daß man zwar an jeder Ecke einem Geldmarkt begegnet, jedoch wird keine Aufklärung über die Besonderheit dieser fiktiven Umschlagstätte geleistet. Im Unterschied zu allen sonstigen ökonomischen Orten des Tausches handelt es sich nämlich gerade nicht um den Kauf einer Währungseinheit, der mit demselben Wertstandard beglichen wird. Statt dessen reflektiert der „Zahlungsmittelmarkt“ die Ausgabenentscheidungen insgesamt.<sup>20</sup>

Papiergeld erscheint in der Walras-Wirtschaft als zusätzliches Gut.<sup>21</sup> Bezeichnen wir die vorhandene Menge dieses  $(n + 1)$ -ten Gutes als  $M$  und den durchschnittlichen Einsatz pro Periode mit  $V$ , läßt sich die Brücke zur Quantitätsgleichung schlagen:

---

<sup>18</sup> Tatsächlich sind die Versuche gescheitert, in der Gleichgewichtstheorie walrasianischer Prägung die Existenz des Geldes als Transaktionsmedium zu begründen. Vgl. *Bridel, Pascal, Money and General Equilibrium Theory, From Walras to Pareto (1870-1923)*, Cheltenham 1997.

<sup>19</sup> *Patinkin, Don, The Indeterminacy of Absolute Prices in Classical Economic Theory*, in: *Econometrica*, Bd. 17 (1949), S. 1-27, S. 1.

<sup>20</sup> Vgl. *Helmedag, Fritz, Geld: Einführung und Überblick*, in: *Enzyklopädisches Lexikon des Geld-, Bank- und Börsenwesens*, Frankfurt a. M. 1999, Bd. 1, S. 736-742, S. 739 ff.

<sup>21</sup> Vgl. *Patinkin, Don, Relative Prices, Say's Law, and the Demand for Money*, in: *Econometrica*, Bd. 16 (1948), S. 135-154, S. 140. Der Autor unterstellt, die Walras-Gleichungen formalisierten den Realteil der „klassischen“ Analyse. Walras, Pareto und Gustav Cassel (1866-1944) sind für ihn „mathematical economists of the classical school“. Vgl. ebenda, S. 135. Aus lehrgeschichtlicher Sicht wäre es hingegen treffender, die genannten Ökonomen als „Neoklassiker“ zu bezeichnen, womit der Bruch im Forschungsprogramm aber immer noch kaschiert ist.

$$M \cdot V = \sum_{j=1}^n \pi_j^M x_j^d = \sum_{j=1}^n \pi_j^M x_j^s = P \cdot T \quad (13)$$

Wertmäßig stimmen „effektive Nachfrage“ ( $MV$ ) und „absorbiertes Angebot“ ( $PT$ ) stets überein, wobei  $\pi_j^M$  die jeweiligen absoluten Preise in Einheiten des (Papier-)Geldes angibt. Auf der rechten Seite von (13) symbolisiert  $P$  einen (geeigneten) Index des Preisniveaus und  $T$  steht für das Transaktionsvolumen, das sich ebenfalls auf ein bestimmtes Zeitintervall bezieht.<sup>22</sup> Von besonderem Interesse ist der Geldpreis des Numéraire  $\pi_n^M$ . Die einzelnen Absolutpreise verhalten sich zu ihm proportional. Vor diesem Hintergrund wird die Rede vom „Geldschleier“ und von der „klassischen Dichotomie“ verständlich:

$$\pi_j^M = \pi_j \cdot \pi_n^M \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (14)$$

Eine Variation des Geldpreises der realen Zähleinheit hebt oder senkt das absolute Preisniveau in gleichem Maße, er gibt daher einen brauchbaren Index des Preisniveaus ab. Durch eine Umformung der linken Hälfte von (13) unter Berücksichtigung von (14) gewinnt man ferner eine Vorstellung, was unter dem Transaktionsvolumen zu verstehen ist:

$$M \cdot V = \sum_{j=1}^n \pi_j \cdot \pi_n^M x_j^d = \pi_n^M \sum_{j=1}^n \pi_j x_j^d = \pi_n^M \cdot T = P \cdot T \quad (15)$$

An dieser Stelle läßt sich auch verdeutlichen, wo Patinkin die Widersprüche im (angeblich) klassischen System lokalisierte. Angenommen, die Wirtschaft befand sich anfangs im Walras-Gleichgewicht. Falls nun aus irgendwelchen

---

<sup>22</sup> Karl Georg Zinn hat zu Recht darauf verwiesen, daß „... ein steigender Anteil der nationalen Geldmengen nicht mehr der Transaktionsfinanzierung von realwirtschaftlichen Prozessen dient, sondern sozusagen als ‚Spekulationsgeld‘ ein Eigenleben des Finanzsektors füttert ... Die alte Verkehrsgleichung ... müßte eigentlich um einige Terme erweitert werden, die die Transaktionen im Finanzsektor und das dort relevante Preisniveau berücksichtigen.“ *Zinn, Karl Georg, Die neue Qualität des Finanzkapitals, Deregulierungen und Informationstechnologien veränderten in den achtziger Jahren den Finanzsektor der Industrieländer (1993), wieder in: Zinn, Karl Georg, Jenseits der Markt-Mythen, Wirtschaftskrisen: Ursachen und Auswege, Hamburg o. J., S. 84-97, S. 93.*

Gründen der Geldpreis des Numéraire steigt, muß dies bei konstantem  $T$ ,  $V$  und  $M$  ein Ungleichgewicht auf dem  $(n + 1)$ -ten Markt, dem sog. Geldmarkt auslösen. Da aber die anderen  $n$  Märkte geräumt sind, widersprüche das dem Walras-Gesetz. Patinkin schlug deshalb vor, die (reale) Geldmenge in die Angebots- und Nachfragefunktionen als unabhängige Variable hineinzunehmen, womit die Inkonsistenz beseitigt wäre sowie die Neutralität des Geldes (letztlich) gewährleistet und die Quantitätstheorie bestätigt seien.

Dieser Argumentation kann man allerdings nicht vorbehaltlos zustimmen: Weshalb steigt der Geldpreis des Numéraire? Warum bleiben Geldmenge und Umlaufgeschwindigkeit konstant? Ist es nicht vielmehr so, daß die Wirtschaftssubjekte eine effektive Nachfrage schaffen und ausüben, die ihren Wünschen und Möglichkeiten in einer gegebenen „Großwetterlage“ entspricht? Unter solchen Verhältnissen gehen jedoch die von Patinkin angestellten Überlegungen zur Vereinbarkeit der Walras-Wirtschaft mit der Quantitätstheorie ins Leere. Freilich ist sein Hinweis auf die Bedeutung des Geldpreises der Recheneinheit im Realteil wichtig: Hängt das Preisniveau in einer Produktionswirtschaft nicht mit der Höhe der Nominalentlohnung des ausschlaggebenden Kostenfaktors, der Arbeit, zusammen? Dann hätte die Redeweise von der Lohn-Preis-Spirale eine Berechtigung, die ihr die Quantitätstheorie absprechen muß.<sup>23</sup> Diese Überlegung lenkt die Aufmerksamkeit auf ein zentrales Phänomen moderner Wirtschaften, das bislang unterbelichtet worden ist: die Warenproduktion.

---

<sup>23</sup> Im übrigen ist der makroökonomische Arbeitsmarkt ein *abgeleiteter* Markt, die effektive Güternachfrage reguliert über das absorbierte Angebot die realisierte Beschäftigung. Ein Überschußangebot auf dem Arbeitsmarkt kann daher durchaus mit einem Überschußangebot auf dem Gütermarkt einhergehen: Die Regale sind voll und Menschen suchen Beschäftigung. Zugleich besteht eine Überschußnachfrage nach Vermögenstiteln inklusive Geld („Papiermarkt“). Ergo binden Objekte Kaufkraft, deren Erzeugung kaum Produktionsfaktoren erfordert; das Problem dauerhafter Arbeitslosigkeit wird virulent. Diese Überlegungen fügen sich paßgerecht zu der von Zinn als „Brentano-Keynessches Gesetz“ bezeichneten Disposition der Menschen, ein Bedürfnis der Vorsorge zu empfinden, das sie durch Sparen befriedigen. Vgl. Zinn, Karl Georg, Keynes' „fundamentales psychologisches Gesetz“ und dessen Vorwegnahme von Lujo Brentano, in: Zeitschrift für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, 113. Jg. (1993), S. 447-459.

## 5. Erstaussstattungen im Fertigungsprozeß

Eine populäre Version der Allgemeinen Gleichgewichtstheorie stammt von Gustav Cassel. Sein 1918 erstmals erschienenes Buch „Theoretische Sozialökonomie“ enthält ohne Nennung von Walras folgendes Modell, das über die reine Beständewirtschaft hinausweist.<sup>24</sup> Es gebe  $r$  Inputs, wobei  $R_i$  den Bestand des  $i$ -ten Faktors angibt. Die Produktion erfolge mit fixen Koeffizienten  $a_{ij}$ . Sie teilen mit, wieviel Einheiten  $i$  pro Ausstoßmenge  $j$  verbraucht werden. Das Problem der Technikwahl wird ausgeblendet, ebenso tritt keine indirekte Produktion auf, die Einsatzgüter werden als „Primärfaktoren“ behandelt.  $Q_j$  stellt die Gesamtmenge des produzierten Gutes  $j$  dar. Dann verlangt die Übereinstimmung von Angebot und Nachfrage nach jedem „produktiven Dienst“:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} Q_j = R_i \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (16)$$

Die vollständige Konkurrenz soll ferner zur Null-Profitposition führen. Damit besteht der Preis jeder Ware  $j$  aus den mit den Faktorpreisen  $q_i$  bewerteten Aufwendungen:

$$p_j = \sum_{i=1}^r a_{ij} q_i \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (17)$$

Schließlich fordert Cassel, daß die Nachfrage von allen Preisen abhängig ist und im Gleichgewicht mit dem Angebot übereinstimmt. Die Zahl der Unbekannten entspricht der Zahl der Gleichungen, das Problem scheint gelöst. Davon kann jedoch keine Rede sein. Ebenso wie bei Walras genügt das Gleichungen-Zählen keineswegs, um eine positive Lösung zu garantieren. Frederik Zeuthen (1888-1959) war wohl der erste, der 1933 bemerkte, die Casselschen Gleichungen (16) seien als *Ungleichungen* zu schreiben:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} Q_j \leq R_i \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (18)$$

---

<sup>24</sup> Vgl. Cassel, Gustav, Theoretische Sozialökonomie (1918), 4. Aufl., Leipzig 1927, S. 116 ff.

Zweifellos kann der Verbrauch eines Faktors niemals über seinen Bestand hinausgehen, während eine Unterauslastung denkbar ist. Da dann keine Knappheit vorliege, müsse der entsprechende Faktorpreis  $q_i$  auf Null fallen („rule of free goods“).<sup>25</sup> Auf den Arbeitsmarkt übertragen hieße das, jeden Lohn als zu hoch zu bezeichnen, solange Unterbeschäftigung herrscht.

1935 schlugen Karl Schlesinger (1889-1938) und Abraham Wald (1902-1950) im berühmten Seminar Karl Mengers (1902-1985) praktisch dieselbe Modifikation vor. Wald lieferte den ersten Existenzbeweis eines allgemeinen Gleichgewichts.<sup>26</sup> Damit war eine Richtung der weiteren Entwicklung eingeschlagen worden, die – wie wir noch sehen werden – vom *ökonomischen* Standort betrachtet in eine Sackgasse führte. Ehe wir den Strang der Forschung weiter kritisch begleiten, nutzen wir die Gelegenheit aufzuzeigen, welchen alternativen Verlauf die Erkenntnisbemühungen hätten nehmen können.

Die Anerkennung der Tatsache, daß Produktionsmittel *hergestellt* werden, also letztlich Erzeugnisse aus Rohstoffen und menschlichem Fleiß sind, legt eine weitere „Auflösung“ der Gleichungen (17) nahe. Unter der Prämisse, nur Arbeit sei Originärfaktor, während alle anderen Inputs fabriziert werden, verwandeln sich die Faktorpreise  $q_i$  in „Produktionspreise“  $p_i$ . Schreiben wir überdies  $a_{0j}$  für den Arbeitseinsatz zur Erzeugung einer Einheit der Ware  $j$  und  $w$  für den Lohnsatz, ergibt sich:

$$p_j \geq \sum_{i=1}^r a_{ij} p_i + a_{0j} w \quad (19)$$

Diese Restriktion, wonach die (variablen) Stückkosten den Preis einer Ware nicht überschreiten dürfen, hat Vladimir K. Dmitriev (1868-1913) gegen Ende des vorigen Jahrhunderts ins Feld geführt.<sup>27</sup> Die spannende Frage, wie die Lücke geschlossen wird, wenn *dauerhaft* Profit anfällt, kann hier nicht

---

<sup>25</sup> Vgl. *Zeuthen, Frederik*, Das Prinzip der Knappheit, technische Kombination und ökonomische Qualität, in: *Zeitschrift für Nationalökonomie*, Bd. 4 (1933), S. 1-24.

<sup>26</sup> Eine Skizze findet sich in *Wald, Abraham*, Über einige Gleichungssysteme der mathematischen Ökonomie, in: *Zeitschrift für Nationalökonomie*, Bd. 7 (1936), S. 637-670. Auf S. 653 heißt es: „... die Art, wie Walras die Existenz von Gleichgewichtspreisen zu beweisen versucht, ist vollkommen unzulänglich.“

<sup>27</sup> Vgl. *Dmitriev, Vladimir K.*, *Economic Essays on Value, Competition and Utility* (russisch 1904), hrsg. v. *Nuti, D. M.*, London / New York 1974, S. 39.

weiterverfolgt werden – doch soviel sei verraten: Allein die Arbeitswertlehre schneidet bei der Prüfung fehlerfrei ab. Das „Wertgesetz“ bildet ein tragfähiges Fundament ökonomischer Analysen.<sup>28</sup> Im Rahmen der Allgemeinen Gleichgewichtstheorie sollen jedoch keine Profitratendifferentiale verschwinden, sondern Überschußnachfragen. Schauen wir, wie es damit aussieht.

## 6. Zahlenspiele in modernen Zeiten

Weitere wichtige Pioniere auf dem Weg zur Verallgemeinerung der Allgemeinen Gleichgewichtstheorie sind John von Neumann (1903-1957) und Oskar Morgenstern (1902-1977) sowie Paul A. Samuelson, Kenneth J. Arrow und Lionel McKenzie. Die Bibel der neowalrasianischen Theorie verfaßte Gérard Debreu, und er veröffentlichte sie 1959 unter dem (für lehrgeschichtlich Geschulte: irreführenden) Titel „Theory of Value“.<sup>29</sup> In Wirklichkeit liefert Debreu keinen Beitrag zur Werttheorie im klassischen Sinne, sondern es geht „nur“ um die präzise Formulierung und Lösung eines interdependenten Marktsystems unter den „üblichen“ Annahmen:

- Die Zahl der Güter, der Produzenten und der Konsumenten ist fixiert,
- jeder Produzent kennt die (gesamte) Technologie,
- die Präferenzen der Konsumenten sind gegeben,
- die Erstausstattungen sowie die Profitanteile an jedem Unternehmen stehen für jeden Konsumenten fest.

Zwischen den Gütern wird nicht nur gemäß ihren physischen Eigenschaften differenziert, sondern auch hinsichtlich Zeit und Ort ihrer Verfügbarkeit. Es handelt sich daher um ein intertemporales Gleichgewicht. Debreu bewies abstrakt die Existenz eines Gleichgewichtsvektors der Preise. Hierfür wird vereinbart, daß alle Unternehmen den Konsumenten 100%-ig gehören und der maximale Profit, den die Produzenten anstreben, völlig ausgeschüttet

---

<sup>28</sup> Vgl. näher *Helmedag*, Warenproduktion . . . , a.a.O.

<sup>29</sup> Eine deutsche Ausgabe wurde von einem Bonner „Übersetzerkollektiv“ besorgt. Vgl. *Debreu, Gérard*, Werttheorie, Eine axiomatische Analyse des ökonomischen Gleichgewichts, Berlin / Heidelberg / New York 1976.



wird. Debreu mußte jedoch weitere Einschränkungen machen, die ebenso wenig wie die vorgenannten den tatsächlichen Verhältnissen entsprechen:

- Die Konsummengen seien konvex, Linearkombinationen zweier zulässiger Verbrauchspläne sind damit gleichfalls erlaubt.
- Es herrsche Nicht-Sättigung, das Erste Gossensche Gesetz gilt strenggenommen demnach nicht.
- Schließlich dürfen die Produktionsmengen nur konvex sein; dies schließt steigende Skalenerträge aus.

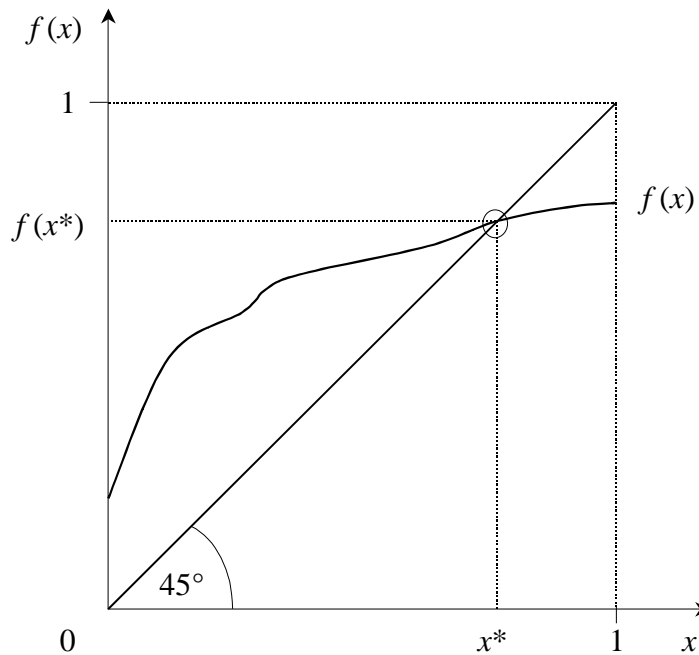
Da sämtliche Verträge in der Gegenwart abgeschlossen werden, müßte es ferner vollständig spezifizierte Zukunftsmärkte geben – welche eine Vorstellung. Debreu benutzt zwar den Begriff der Unsicherheit, aber lediglich als weitere Güterdimension, die sich auf den „state of the world“ bezieht. Ein Sack Mehl, der hier und jetzt vorhanden ist, unterscheidet sich nicht nur von einem anderen dort und morgen, sondern außerdem in Abhängigkeit davon, ob es heute Nacht ein Erdbeben gibt oder nicht. Vom Wirtschaftssubjekt wird also verlangt, daß es als Konsument die aktuelle Präferenzkonstellation und ihre künftige Entwicklung perfekt in petto habe, als Produzent die kommende technische Entwicklung exakt antizipiere und überhaupt in der Lage sei, Handlungspläne auszuarbeiten, die sich auf das gesamte Güterspektrum irgendwo, irgendwann in allen denkbaren Weltzuständen beziehen. Vor diesem Hintergrund wirkt die Forderung, keine externen Effekte in Produktion oder Konsum zuzulassen, fast schon läppisch. Immerhin ist es mittels der genannten Klarstellungen gelungen, das Terrain soweit freizuräumen, um bestimmten mathematischen Werkzeugen die Stolpersteine zu beseitigen.

Die modernen Beweisführungen der Existenz (mindestens) eines Gleichgewichts in Wettbewerbsökonomien beruhen meist auf einem Fixpunktsatz. Hier reicht es, Brouwers (1881-1966) Theorem zu skizzieren. Es besagt, daß jede stetige Abbildung  $f$  von einer abgeschlossenen, beschränkten, konvexen Menge in sich selbst mindestens einen Fixpunkt  $x^*$  hat, wo  $f(x^*) = x^*$  gilt.

Ein einfaches Beispiel mag die Aussage verdeutlichen. Sei  $f(x)$  eine stetige Funktion, die auf dem Intervall  $[0, 1]$  definiert ist. Der Wertebereich betrage gleichfalls  $[0, 1]$ . Damit genügt die Funktion dem Brouwerschen Theorem: Es gibt ein oder mehrere  $x^*$  mit  $f(x^*) = x^*$ . Die Abbildung

demonstriert, daß  $f(x)$  zwangsläufig irgendwo die Winkelhalbierende überdeckt, dies ist ein Fixpunkt.

Abb.: Veranschaulichung des Brouwerschen Fixpunktsatzes



Der Kniff der Allgemeinen Gleichgewichtstheorie, eine Menge zu generieren, die ihre Grenzen und keine „Löcher“ enthält, besteht in der geeigneten Normierung der Preise.<sup>30</sup> Null-Homogenität der Überschußnachfragen gestattet es, die „Länge“ des Preisvektors so zu gestalten, daß die Summe der normierten Preise  $p_j$  gleich 1 ist:

$$\sum_{j=1}^n p_j = 1 \quad (20)$$

Dies erreicht man, indem die „alten“ absoluten Preise  $\pi_j$  als Anteil der früheren Preissumme ausgedrückt werden:

---

<sup>30</sup> Vgl. die Nobelpreisrede von *Arrow, Kenneth J.*, General Economic Equilibrium: Purpose, Analytic Techniques, Collective Choice, in: *American Economic Review*, Bd. 64 (1974), S. 253-272, S. 266.

$$p_j = \frac{\pi_j}{\sum_{j=1}^n \pi_j} \quad (21)$$

Die Menge nichtnegativer Preise, die (20) erfüllen, weist die zur Anwendung des Brouwerschen Fixpunktsatzes erforderlichen Eigenschaften auf. Wieder wird die Regel der freien Güter bemüht: Der Preis in Höhe von Null stellt folglich die Untergrenze dar. Die Gleichgewichtsbedingungen der einzelnen Märkte lauten dann:

$$x_j^e(p_1, p_2, \dots, p_n) = 0 \quad \text{für } p_j > 0 \quad (22a)$$

$$x_j^e(p_1, p_2, \dots, p_n) \leq 0 \quad \text{für } p_j = 0 \quad (22b)$$

Es kommt nun darauf an, eine geeignete Abbildung des Preissimplexes auf sich selbst zu konstruieren, deren Fixpunkt den Gleichgewichtsvektor liefert.

## 7. Der Preismechanismus

Um die gesuchte stetige Abbildung zu finden, macht man sich die Vorstellung zunutze, wonach im *tatônnement* der Preis jener Güter erhöht wird, deren Überschußnachfrage positiv ist. Ist sie negativ, wird der Preis gesenkt.<sup>31</sup>

$$f_j(p_1, p_2, \dots, p_n) = p_j + x_j^e(p_1, p_2, \dots, p_n) \quad (23)$$

Die Funktionen  $f_j$  sollen den Preismechanismus repräsentieren. Da annahm gemäß die Überschußnachfragen stetig sind, trifft das auch auf die Preisänderungsvorschriften zu. Damit die Preise keinesfalls negativ werden, bedarf es einer Modifikation von (23):

---

<sup>31</sup> Vgl. etwa *Nicholson, Walter*, *Microeconomic Theory, Basic Principles and Extensions*, 6. Aufl., Fort Worth u. a. 1995, S. 532.

$$f_j(p_1, p_2, \dots, p_n) = \max \left[ p_j + x_j^e(p_1, p_2, \dots, p_n), 0 \right] \quad (24)$$

Falls das ermittelte Preissystem gegen die Normierung (20) verstößt, muß eine nochmalige Anpassung erfolgen. Schließlich erhält man einen Preisvektor  $(p_1^*, p_2^*, \dots, p_n^*)$ , der auf sich selbst abgebildet wird. Für ihn gilt:

$$p_j^* = \max \left[ p_j^* + x_j^e(p_1^*, p_2^*, \dots, p_n^*), 0 \right] \quad (25)$$

Ist  $p_j^*$  positiv, beträgt die Überschußnachfrage Null, da

$$p_j^* = p_j^* + x_j^e(p_1^*, p_2^*, \dots, p_n^*) \quad (26)$$

zutrifft. Verschwindet  $p_j^*$ , handelt es sich um ein freies Gut:

$$p_j^* + x_j^e(p_1^*, p_2^*, \dots, p_n^*) \leq 0 \quad (27)$$

Von dieser Warte aus gesehen scheint das Problem bewältigt. Allerdings fordert die mathematische Beantwortung der ökonomischen Fragestellung Widerspruch heraus. Die Anwendung des Fixpunktsatzes war erst durch die Normierung (20) möglich. Dadurch bilden die Preise eine abgeschlossene, beschränkte und konvexe Menge. Dies gelingt freilich bloß, sofern die „Preise“ *reine Zahlen* sind:

„Jedem Gut ist eine reelle Zahl, sein *Preis*, zugeordnet, dem *h*-ten etwa der Preis  $p_h$ “, schreibt Debreu, um gleich anschließend aus dem Zahlenraum in die Wirklichkeit zu springen: „Diesen Preis kann man als den Betrag interpretieren, der *jetzt* von einem (bzw. an ein) Wirtschaftssubjekt für jede Einheit des Gutes *h* gezahlt wird, die ihm (bzw. von ihm) zur Verfügung gestellt wird.“<sup>32</sup>

Die Leseanleitung vernebelt die tatsächlichen Verhältnisse: Seit wann ist eine reelle Zahl ein Betrag, der „gezahlt“ wird? Und auch noch pro Einheit – welche Einheit denn? Das ganze System ist doch lediglich für dimensionslose Größen formuliert; allein deshalb können die reinen Preiszahlen überhaupt addiert werden. Über das *Preismaß* wird keine Aussage getroffen. Daher

---

<sup>32</sup> Debreu, Werttheorie . . . , a.a.O., S. 40.

bleibt die Normierung (20) zur Anwendung des Brouwerschen Theorems *ökonomisch* dunkel.

Wirkliche Preise lassen sich nur zusammenzählen, wenn sie mit Mengen gewichtet werden. Der Wert dieses „Warenkorbs“ kann dann gleich Eins gesetzt werden. Die Wahl eines Guts als Numéraire impliziert demnach zweierlei: Seine Preiszahl wird auf Eins normiert und seine physische Mengeneinheit wird zur „Währung“. Ohne Quantitätengerüst ist solches jedoch verwehrt. Der Preisbildungsmechanismus (23) widerspricht desgleichen der elementaren Forderung, zu Äpfeln keine Birnen hinzuzuzählen.<sup>33</sup> Vor diesem Hintergrund war Walras weiter, denn sein Numéraire läßt sich wenigstens wirtschaftstheoretisch sinnvoll deuten, nämlich als „Geldspiegel“ aller anderer Transaktionen.

## 8. Existenz ist nicht alles

Immerhin glückte es unter den soeben genannten (einschneidenden) Annahmen, die Existenz eines Gleichgewichts, d. h. die Deckung der Angebots- und Nachfragepläne, abzuleiten. Aber damit war noch offen, ob diese Lösung auch eindeutig und stabil ist. Das muß gewährleistet sein, damit die häufig angestellten Anpassungsüberlegungen in Form komparativer Statik zulässig sind.

Zwar kann man die erwünschten Eigenschaften Stabilität und Eindeutigkeit erhalten, freilich erst auf Kosten (weiterer) höchst rigider Voraussetzungen. Schon 1936 gelang dies Wald unter der Annahme von „gross substitutability“. Sie verlangt, daß die aggregierte Überschußnachfrage nach einem Gut fällt, sobald sein Preis steigt oder der mindestens eines anderen Gutes zurückgeht. Man kann diese Prämisse zwar durch andere ersetzen,<sup>34</sup> aber es ist unterdessen akzeptiert, daß Stabilität kein Wesensmerkmal des allgemei-

---

<sup>33</sup> Noch kreativer geht's in der (sogenannten) Produktionstheorie zu: Dort werden stoffliche Inputs sogar multipliziert und potenziert! Vgl. zu solchen Absurditäten die Ausführungen von *Auinger, Herbert*, Mißbrauchte Mathematik, Zur Verwendung mathematischer Methoden in den Sozialwissenschaften, Frankfurt a. M. u. a. 1995.

<sup>34</sup> Zum Beispiel bewies 1943 Maurice Allais (Nobelpreis 1988) die Existenz unter Verwendung von Lyapunovs „Zweiter Methode“. Vgl. *Takayama, Akira*, Mathematical economics, 2. Aufl., Cambridge u. a. 1985, S. 347 ff.

nen Gleichgewichtsmodells darstellt. Ähnlich verhält es sich mit der Eindeutigkeit.

Hugo Sonnenschein veröffentlichte 1972 einen Artikel, der den Glauben unterminierte, wonach die aggregierte Nachfragefunktion die gleichen Eigenschaften wie die individuellen aufweise.<sup>35</sup> Damit mußte die Hoffnung begraben werden, „passende“ Verhaltensweisen der Konsumenten verliehen der gesamten Überschußnachfragefunktion jenen Verlauf, der für Eindeutigkeit und Stabilität des Ergebnisses Sorge. Mehr noch: Egal wie eng das Korsett geschnürt wird, in das man die einzelwirtschaftlichen Nachfragekurven zwingt, die aggregierte Fassung kann praktisch jedwede Gestalt annehmen. Im äußersten Fall ist es bloß möglich, sie als stetige Funktion mit Homogenitätsgrad Null zu charakterisieren. Damit gilt das Walras-Gesetz, dessen ökonomische Reichweite freilich beschränkt ist. Stabilität und Eindeutigkeit werden jedenfalls dadurch nicht garantiert.

Selbstverständlich wurden Anstrengungen entfaltet, der Sackgasse zu entrinnen. Eine entscheidende Rolle spielen dabei „reguläre“ Ökonomien, die eine diskrete Gleichgewichtsmenge aufweisen. Dies bedeutet, daß sich in der Umgebung jedes Gleichgewichts kein weiteres befindet. Damit versucht man, den größten anzunehmenden Unfall zu verhindern: Die Gefahr, in der Nähe eines Gleichgewichts existierten viele weitere, die quasi zu einer Gleichgewichtsfläche führen, womit die Lösung praktisch indeterminiert ist.

Debreu bemühte sich mit zwei Aufsätzen<sup>36</sup> zu zeigen, daß reguläre Ökonomien nicht nur diskrete, sondern darüber hinaus endlich viele Gleichgewichte haben und gegenüber irregulären Wirtschaften wesentlich häufiger zu erwarten seien. Allerdings hängen diese Resultate von zwei höchst kritischen Annahmen ab: Die individuellen Nachfragefunktionen müssen differenzierbar sein, und sie dürfen keine Sättigungsmenge aufweisen. Der einzelne Haushalt bildet also eine Nachfragekurve, die auch bei Gebrauchsgütern wie Kühlschränken oder Couchtischen für Teilquantitäten formuliert ist. Im übrigen ist mit „regulären“ Ökonomien das Sonnenschein-Problem lediglich

---

<sup>35</sup> Vgl. *Sonnenschein, Hugo F.*, Market Excess Demand Functions, in: *Econometrica*, Bd. 40 (1972), S. 549-563.

<sup>36</sup> Vgl. *Debreu, Gérard*, Economics with a Finite Set of Equilibria, in: *Econometrica*, Bd. 38 (1970), S. 387-392 sowie *Debreu, Gérard*, Regular Differentiable Economies, in: *American Economic Review*, Bd. 66 (1976), S. 280-287.

verdunkelt: Es gebricht nach wie vor noch des Stabilitätsbeweises, Aussagen über die Dynamik des Systems hängen in der Luft.<sup>37</sup>

Durch diese Brille erscheint es als Treppenwitz der Lehrgeschichte unseres Fachs, daß es Neoklassiker selbst waren, die die Axt an die Wurzeln des Baumes ihrer Erkenntnis legten. Nicht einmal die sichtbare Hand des Auktionators leistet, was der unsichtbaren Hand des Marktes untergeschoben wird. Beide sind zu schwach, um die Stabilität eines Gleichgewichts zu gewährleisten. Man muß Vorgaben machen, die das aggregierte Verhalten der „Agenten“ steuern, die Kenntnis ihrer individuellen Aktionen reicht hierfür nicht aus. Das Programm steckt objektiv gesehen fest.<sup>38</sup>

Offenkundig mangelt es der Allgemeinen Gleichgewichtstheorie aufgrund ihrer rigiden Prämissen an Erklärungskraft, die wirklichen Vorgänge in einer Welt zu thematisieren, welche nicht nur vollständige Konkurrenz, Nichtsättigung und Differenzierbarkeit kennt und in der externe Effekte vorkommen und vollständige Zukunftsmärkte fehlen. Jünger der Allgemeinen Gleichgewichtstheorie lassen sich indes durch die skeptischen Kommentare kaum aus dem Konzept bringen. Das Paradigma beabsichtige keine Beschreibung der tatsächlichen Zustände, sondern liefere so etwas wie eine Parabel oder Metapher; unrealistisch womöglich, dennoch eine Orientierungshilfe, weil sie anhand einer Als-ob-Mechanik die Struktur des komplexen Wirtschaftslebens in seinen Wesenszügen widerspiegele. Damit erhalte man immerhin eine Antwort, wie die (angeblich) wissenschaftskonstituierende Aufgabe der Allokation (angeblich) knapper Ressourcen auf (angeblich) unendliche Konsumbedürfnisse grundsätzlich bewältigt werde. Für den in Politischer Ökonomie bewanderten Betrachter ist der Erfolg des Deutungsmusters trotz aller Defizite leicht erklärbar: „Die herrschenden Verhältnisse geben der

---

<sup>37</sup> Für manche Neoklassiker ist diese Erkenntnis ziemlich ernüchternd, vgl. etwa das Vorwort von *Hildenbrand, Werner*, *Market Demand: Theory and Empirical Evidence*, Princeton 1994. Eine Flucht in die Empirie ist aber kein Ausweg für Schwierigkeiten einer *allgemeinen* Theorie.

<sup>38</sup> Im Schrifttum verheimlicht man des öfteren den Lesern, woran die Lehre krankt. So endet ein Unterrichtswerk nach Ausblendung aller Unzulänglichkeiten mit der treuherzigen Versicherung: „There it is in modern mathematical form – just what Adam Smith (1776) would have said.“ *Starr, Ross M.*, *General Equilibrium Theory, An Introduction*, Cambridge 1997, S. 238.

herrschenden Lehre den Platzvorteil.“<sup>39</sup> Der sich positivistisch gerierenden Ideologie traut man allenthalben eine Problemlösungskompetenz zu, die von den Forschungsergebnissen keineswegs gedeckt wird.

In Wahrheit sind wir wieder dort, wo die Klassiker schon waren: „The opinion that the price of commodities depends solely on the proportion of supply to demand, or demand to supply . . . has been the source of much error . . .“, erkannte bereits Ricardo.<sup>40</sup> Die Funktionsweise kapitalistischer Marktwirtschaften läßt sich nicht in einem Modellrahmen enthüllen, in dem das Wirtschaften allein um das Handeln mit Gebrauchswerten kreist und das Profitmotiv ein Schattendasein führt. Wertvolle Alternativen existieren: Karl Georg Zinn zeigt uns meisterhaft, wie man Ökonomik abseits der ausgetretenen Pfade mit aufklärerischer Wirkung betreibt.

## Literaturverzeichnis

- Auinger, Herbert*, Mißbrauchte Mathematik, Zur Verwendung mathematischer Methoden in den Sozialwissenschaften, Frankfurt a. M. u. a. 1995.
- Arrow, Kenneth J.*, General Economic Equilibrium: Purpose, Analytic Techniques, Collective Choice, in: *American Economic Review*, Bd. 64 (1974), S. 253-272.
- Bridel, Pascal*, Money and General Equilibrium Theory, From Walras to Pareto (1870-1923), Cheltenham 1997.
- Cassel, Gustav*, Theoretische Sozialökonomie (1918), 4. Aufl., Leipzig 1927.
- Clower, Robert W.*, Die keynesianische Gegenrevolution: eine theoretische Kritik, in: *Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik*, Bd. 99 (1963), S. 8-31.
- Debreu, Gérard*, Economics with a Finite Set of Equilibria, in: *Econometrica*, Bd. 38 (1970), S. 387-392.
- , Regular Differentiable Economies, in: *American Economic Review*, Bd. 66 (1976), S. 280-287.
- , Werttheorie, Eine axiomatische Analyse des ökonomischen Gleichgewichts, Berlin / Heidelberg / New York 1976.
- Dmitriev, Vladimir K.*, Economic Essays on Value, Competition and Utility (russisch 1904), hrsg. v. *Nuti, D. M.*, London / New York 1974.

---

<sup>39</sup> *Zinn*, Wie Reichtum . . . , a.a.O., S. 180.

<sup>40</sup> *Ricardo*, On the . . . , a.a.O., S. 382.



- Helmedag, Fritz*, Geldfunktionen, in: *das wirtschaftsstudium (wisu)*, 24. Jg. (1995), S. 711-717 u. S. 729.
- , Warenproduktion mittels Arbeit oder Die Neueröffnung der Debatte, in: *Nach der Wertdiskussion?*, hrsg. v. *Eicker-Wolf, Kai / Nichoj, Thorsten / Wolf, Dorothee*, Marburg 1999, S. 55-79.
- , Geld: Einführung und Überblick, in: *Enzyklopädisches Lexikon des Geld-, Bank- und Börsenwesens*, Frankfurt a. M. 1999, Bd. 1, S. 736-742.
- Hildenbrand, Werner*, *Market Demand: Theory and Evidence*, Princeton 1994.
- Hildenbrand, Werner / Kirmann, Alan P.*, *Equilibrium Analysis*, Amsterdam u. a. 1988.
- Ingrao, Bruna / Israel, Giorgio*, *The Invisible Hand, Economic Equilibrium in the History of Science*, Cambridge (Mass.) 1990.
- Lange, Oscar*, *Say's Law: A Restatement and Criticism*, in: *Studies in Mathematical Economics and Econometrics*, hrsg. v. *Lange, Oscar / McIntyre, Francis / Yntema, Theodore O.*, Chicago 1942, S. 49-69.
- Nicholson, Walter*, *Microeconomic Theory, Basic Principles and Extensions*, 6. Aufl., Fort Worth u. a. 1995.
- Pareto, Vilfredo*, *Manual of Political Economy (Übersetzung der französischen Ausgabe von 1927)*, London / Basingstoke 1971.
- Patinkin, Don*, *Relative Prices, Say's Law, and the Demand for Money*, in: *Econometrica*, Bd. 16 (1948), S. 135-154.
- , *The Indeterminacy of Absolute Prices in Classical Economic Theory*, in: *Econometrica*, Bd. 17 (1949), S. 1-27.
- Ricardo, David*, *On the Principles of Political Economy and Taxation (1817)*, in: *The Works and Correspondence of David Ricardo*, hrsg. v. *Sraffa, Piero*, Bd. I, Cambridge 1970.
- Sonnenschein, Hugo F.*, *Market Excess Demand Functions*, in: *Econometrica*, Bd. 40 (1972), S. 549-563.
- Starr, Ross M.*, *General Equilibrium Theory, An Introduction*, Cambridge 1997.
- Takayama, Akira*, *Mathematical economics*, 2. Aufl., Cambridge u. a. 1985.
- Wald, Abraham*, *Über einige Gleichungssysteme der mathematischen Ökonomie*, in: *Zeitschrift für Nationalökonomie*, Bd. 7 (1936), S. 637-670.
- Walras, Léon*, *Elements of Pure Economics or the Theory of Social Wealth*, übersetzt nach der Edition Définitive (1926) von *Jaffé, William*, London 1954 (Reprint 1984).
- Zeuthen, Frederik*, *Das Prinzip der Knappheit, technische Kombination und ökonomische Qualität*, in: *Zeitschrift für Nationalökonomie*, Bd. 4 (1933), S. 1-24.
- Zinn, Karl Georg*, *Sozialistische Planwirtschaftstheorie, Grundlagen und aktuelle Probleme der Arbeitswertlehre*, Stuttgart u. a. 1971.

- , Arbeitswerttheorie, Zum heutigen Verständnis der positiven Wirtschaftstheorie von Karl Marx, Herne / Berlin 1972.
- , Wohlstand und Wirtschaftsordnung, Zur Leistungsfähigkeit von marktwirtschaftlichen und planwirtschaftlichen Systemen, Darmstadt 1972.
- , Arbeit, Konsum, Akkumulation, Versuch einer integralen Kapitalismusanalyse von Keynes und Marx, Hamburg 1986.
- , Keynes' „fundamentales psychologisches Gesetz“ und dessen Vorwegnahme von Lujo Brentano, in: Zeitschrift für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, 113. Jg. (1993), S. 447-459.
- , Die neue Qualität des Finanzkapitals, Deregulierungen und Informationstechnologien veränderten in den achtziger Jahren den Finanzsektor der Industrieländer (1993), wieder in: *Zinn, Karl Georg*, Jenseits der Markt-Mythen, Wirtschaftskrisen: Ursachen und Auswege, Hamburg o. J., S. 84-97.
- , Wie Reichtum Armut schafft, Verschwendung, Arbeitslosigkeit und Mangel, Köln 1998.