2.1 Teilprojekt C6

Fluktuationen von Matrixelementen in ungeordneten Systemen

– Das Teilprojekt soll nicht fortgesetzt werden. –

2.1.1 Antragsteller

Prof. Dr. Michael Schreiber
22.04.54
Professur Theoretische Physik III (Theorie ungeordneter Systeme)
Institut für Physik
Technische Universität Chemnitz
09107 Chemnitz
Tel. (0371) 531-3142
Fax. (0371) 531-3143
email: schreiber@physik.tu-chemnitz.de

Dr. Bernhard Mehlig
06.12.64
Hochschuldozent Theoretische Quantendynamik, Fakultät für Physik
Universität Freiburg, Hermann-Herder-Str. 3, 79192 Freiburg
Tel. (0761) 203-5948
email: mehlig@tqd1.physik.uni-freiburg.de

Dr. Mehlig hat 1999 wie vorgesehen intensiv im SFB mitgearbeitet und die regelmäßige Betreuung des Doktoranden (siehe 2.1.2) übernommen. Ende 1999 wurde er auf eine Hochschuldozentur an der Fakultät für Physik der Unversität Freiburg berufen und schied deshalb Anfang 2000 aus dem SFB 393 aus. Trotzdem hat er als Kooperationspartner auch weiterhin an den Arbeiten dieses Teilprojekts mitgewirkt. Dies wurde durch mehrere Besuche des Doktoranden in Freiburg erleichtert. Inzwischen hat Dr. Mehlig einen Ruf auf eine Professur in Chalmers (Technische Universität Göteborg, Schweden) angenommen.

2.1.2 Projektbearbeiter

Prof. Dr. Michael Schreiber
Dr. Bernhard Mehlig
F.M. Ville Uski
Dr. Rudolf A. Römer (C1)
Dr. Frank Milde (C1)

Die für das Projekt bewilligte Stelle (BAT-IIa/2) wurde mit Ville Uski besetzt, der die unten beschriebenen analytischen und numerischen Arbeiten unter Anleitung der Antragsteller durchgeführt hat. Unterstützt wurde er bei den numerischen Untersuchungen von Dr. Römer (TP C1). Wesentlich war auch die Hilfe von Dr.

Milde (TP C1), ohne dessen Erfahrungen bei der Diagonalisierung sehr großer Matrizen die numerischen Ergebnisse in dem hier vorliegendem Teilprojekt nicht mit der erforderlichen Genauigkeit hätten erreicht werden können.

2.2 Ausgangsfragestellung/Einleitung

Das Teilprojekt wurde in der Förderungsperiode 1999–2001 neu in den SFB 393 aufgenommen mit dem Ziel, die statistischen Eigenschaften von Wellenfunktionen, Erwartungswerten und Übergangsmatrixelementen in komplexen Quantensystemen zu verstehen. Mit komplexen Quantensystemen sind dabei abgeschlossene Quantensysteme gemeint, die bei einer großen Zahl von diskreten Energieniveaus nur wenige gute Quantenzahlen aufweisen, beispielsweise hochangeregte Atome und Moleküle mit klassisch chaotischer Dynamik, mesoskopische Quantensysteme und ungeordnete Quantendrähte.

Das einfachste und zugleich bedeutendste [1] Modell für ungeordnete elektronische Quantensysteme ist das Modell freier Elektronen, die sich in einem Unordnungspotential bewegen, das durch eine Gaußsche Zufallsfunktion $\upsilon(\mathbf{r})$ gegeben ist ($\mathbf{r} = (x, y, \ldots)$ ist die Ortskoordinate im Konfigurationsraum):

$$\langle \upsilon(\mathbf{r}) \rangle = 0 \,, \qquad \langle \upsilon(\mathbf{r})\upsilon(\mathbf{r}') \rangle = (2\pi\nu\tau)^{-1}\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}') \,. \tag{2.1}$$

Dabei ist $\langle \cdots \rangle$ das Mittel über Realisierungen des Unordnungspotentials, $\nu = 1/(V\Delta)$ die elektronische Zustandsdichte, V das Volumen des Systems und Δ der mittlere Abstand zwischen benachbarten Energieniveaus. Die Hamiltonfunktion ist durch

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \upsilon(\mathbf{r}) \tag{2.2}$$

gegeben, mit Masse m und Impuls $\mathbf{p}$. In [2] ist bewiesen worden, daß die statistischen Eigenschaften von Eigenwerten, Eigenfunktionen und Matrixelementen im Rahmen der Theorie der Zufallsmatrizen verstanden werden können, aber nur unter der Voraussetzung genügend schwacher Unordnung und auf der Skala des mittleren Niveauabstandes Δ. Es zeigt sich, daß Fluktuationen in ungeordneten elektronischen Quantensystemen unter diesen Voraussetzungen universell sind: sie hängen lediglich von der Symmetrie und nicht von anderen mikroskopischen Details des Systems ab, z. B. nicht von der Wahl des Zufallspotentials (2.1) oder von Einzelheiten des Hamiltonoperators (2.2).

Gleiches gilt für Fluktuationen in hochangeregten Quantensystemen mit klassisch chaotischer Dynamik. Auch hier sind die statistischen Eigenschaften von Eigenwerten, Wellenfunktionen und Matrixelementen universell auf der Skala des mittleren Niveauabstandes. Dies gilt allerdings nur unter der weiteren Voraussetzung, daß der klassische Phasenraum genügend homogen ist und keine Transportbarrieren den Phasenfluß hemmen. Solche Transportbarrieren können verschiedener Natur sein: selbstähnliche Strukturen am Rande elliptischer Inseln, Transportbarrieren entlang Mannigfaltigkeiten kurzer, instabiler periodischer Bahnen, adiabatisch stabile periodische Bahnen oder auch Cantori. Ein Beispiel für ein System mit universellen statistischen Eigenschaften ist die Bewegung eines Massenpunktes innerhalb des sog. Sinaibilliards. Die Hamiltonfunktion ist allein durch die kinetische Energie gegeben,

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m}\,. \tag{2.3}$$

Klassisches und Quantenchaos werden hier durch die Randbedingungen erzeugt.

Universelle Aspekte statistischer Eigenschaften von Eigenwerten, Wellenfunktionen und Matrixelementen sind im Laufe der vergangenen 10 Jahre im Detail untersucht worden und gut verstanden. Abweichungen von universellem Verhalten (aufgrund stärkerer Unordnung in ungeordneten Systemen oder infolge von Phasenrauminhomogenitäten in klassisch chaotischen Systemen) sind weit weniger gut verstanden. Die meisten experimentell relevanten Systeme weisen Abweichungen von universellem Verhalten auf. Es ist deshalb von großer Bedeutung, solche systemspezifischen Abweichungen zu untersuchen und zu quantifizieren.

Darüber hinaus ist in jüngster Zeit eine weitere Verallgemeinerung bekannter Zufallsmatrixtheorien auf großes Interesse gestoßen: Die Hamiltonoperatoren (2.2) und (2.3) – mit entsprechenden Randbedingungen – sind Hermitesch und werden im Rahmen der Theorie der Zufallsmatrizen durch symmetrische oder Hermitesche Matrizen modelliert. Zufallsmatrizen sind aber auch im Zusammenhang mit vielen anderen physikalischen Fragestellungen von Bedeutung, beispielsweise für die Dynamik neuronaler Netzwerke, für die Quantenmechanik offener Systeme, für die Statistische Mechanik von Flußlinien in Supraleitern mit kolumnarer Unordnung wie auch für klassische Diffusion in ungeordneten Medien. In allen diesen Fällen sind die Zufallsmatrizen nicht Hermitesch. In jüngster Zeit sind die statistischen Eigenschaften von Eigen*werten* in solchen Systemen im Detail untersucht worden. Über die statistischen Eigenschaften der Eigen*vektoren* (d.h. der Wellenfunktionen) ist weit weniger bekannt. Weil in nicht-Hermiteschen Systemen die statistischen Eigenschaften der Eigenvektoren die Dynamik bestimmen, müssen solche Eigenvektorfluktuationen systematisch untersucht und quantitativ berechnet werden.

2.3 Forschungsaufgaben/Methoden

Aus dem im vorigen Abschnitt beschriebenen Stand der Forschung ergaben sich folgende Fragestellungen im Rahmen des Teilprojektes:

1. Berechnung parametrischer Korrelationen von Diagonal- und Übergangsmatrixelementen

2. Bestimmung der statistischen Eigenschaften von Wellenfunktionen in ungeordneten Systemen

3. Berechnung der statistischen Eigenschaften von Eigenvektoren in nicht-Hermiteschen Zufallsmatrixensembles

4. Quantifizierung der statistischen Eigenschaften von Matrixelementen in abgeschlossenen, ungeordneten Quantensystemen

5. Berechnung des Einflusses von Phasenrauminhomogenitäten auf Matrixelemente in abgeschlossenen, klassisch chaotischen Quantensystemen.

Von diesen Fragestellungen sind die Punkte 2 und 3 ausführlich bearbeitet worden, einige Ergebnisse liegen für die Fragestellungen 1 und 4 vor, die Frage 5 wurde zunächst nicht verfolgt.

Die verwandten Methoden sind im Antrag erläutert worden. Wie dort beschrieben, sind sowohl umfangreiche analytische Untersuchungen als auch hochgenaue numerische Rechnungen durchgeführt worden.

Bei den *numerischen Rechnungen* handelt es sich in erster Linie um exakte Diagonalisierungen von Hamiltonoperatoren, um Eigenwerte *und* Wellenfunktionen zu bestimmen. Im Falle ungeordneter Systeme sind die exakten Diagonalisierungen für einen *tight-binding*-Hamiltonoperator auf einem (hyper-)kubischen Gitter $\mathbf{r}$ mit Gitterabstand a_0 durchgeführt worden,

$$\widehat{H} = \sum_{\mathbf{r},\mathbf{r}'} t_{\mathbf{r}\mathbf{r}'} c^\dagger_{\mathbf{r}}\, c_{\mathbf{r}'} + \sum_{\mathbf{r}} \upsilon_{\mathbf{r}} c^\dagger_{\mathbf{r}} c_{\mathbf{r}}\,. \tag{2.4}$$

Dabei sind $c^\dagger_{\mathbf{r}}$ und $c_{\mathbf{r}}$ Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren. Das Unordnungspotential $\upsilon(\mathbf{r})$ ist gaußverteilt, siehe Gl. (2.1). Die Hüpfamplituden sind $|t_{\mathbf{r}\mathbf{r}'}| = 1$, wenn $\mathbf{r}$ und $\mathbf{r}'$ nächste Nachbarn sind, und sonst null. Die Phasen der Hüpfamplituden bestimmen, ob die Koeffizienten der Wellenfunktionen alle rein reell gewählt werden können oder nicht, so daß durch einen entsprechenden Phasenfaktor der Übergang von der orthogonalen zur unitären Symmetrie bei Einschalten eines Magnetfeldes beschrieben werden kann.

Die entsprechende Säkularmatrix ist dünn besetzt und sehr groß. Die Diagonalisierungen wurden deshalb mit einem speziell auf das Problem zugeschnittenen Algorithmus durchgeführt [3]. Die in Punkt 3 untersuchten nicht-Hermiteschen Zufallsmatrizen sind dagegen voll besetzt und so klein ($N \leq 2000$), daß sie mit herkömmlichen Methoden diagonalisiert werden können. Die entsprechenden unten beschriebenen Ergebnisse wurden mit Hilfe von Diagonalisierungsroutinen der NAG-Bibliothek erzeugt.

Die *analytischen* Rechnungen zu Punkt 3 verwenden die in [4] dargestellten Verfahren.

Literaturverzeichnis

[1] I. M. Lifshitz and L. A. Pastur, *Introduction to the theory of disordered systems* (Wiley, New York, 1988).

[2] K. B. Efetov, Adv. Phys. **32**, 53 (1983).

[3] J. Cullum und R. A. Willoughby, *Lanczos Algorithms for Large Symmetric Eigenvalue Computations* (Birkhäuser, Boston, 1985).

[4] M. L. Mehta, *Random Matrices and the Statistical Theory of Energy Levels* (Academic Press, New York, 1991).

[5] A. D. Mirlin, Phys. Rep. **326**, 259 (2000).

[6] J. Zittartz und J. S. Langer, Phys. Rev. **148**, 741 (1966).

[7] I. E. Smolyarenko and B. L. Altshuler, Phys. Rev. B **55**, 10451 (1997).

[8] Ya. M. Blanter, A. D. Mirlin, and B. A. Muzykantskii, cond-mat/0011498 v2 (2000).

[9] Y. V. Fyodorov and B. A. Khoruzhenko, Y. Fyodorov and B. Khoruzenko, cond-mat/9903043 v2 (unpublished); Phys. Rev. Lett. **83**, 65 (1999).

2.4 Ergebnisse

Die bisher erzielten Resultate bezüglich der universellen parametrischen Korrelationen in komplexen Quantensystemen, insbesondere auch im Anderson-Modell der Lokalisierung sind in [UMR98, UMRS99] dargestellt. Die Ergebnisse der Untersuchung von Punkt 2. sind in [UMRS00a, UMS01] zusammengefaßt. Die Veröffentlichungen [SM01, MC00] stellen die Ergebnisse zu Punkt 3. dar. Einen Überblick über alle erzielten Ergebnisse zum Anderson-Modell der Lokalisierung, insbesondere über die numerischen Resultate gibt die Dissertation von Herrn Uski [U01].

1. Für die Korrelationsfunktionen haben wir unsere numerischen Daten mit Vorhersagen einer von uns erarbeiteten semiklassischen Theorie verglichen und sehr gute Übereinstimmung im schwach ungeordneten Falle gefunden, in dem die Statistik universell ist. Wenn der magnetische Fluss eingeschaltet wird, zeigt die Statistik einen Übergang von der orthogonalen zur unitären Universalitätsklasse [UMR98, UMRS99].

2. In [UMR98, UMRS00a, UMRS00b] sind die Verteilungsfunktionen von Wellenfunktionsamplituden in ein-, zwei-, drei- und quasi-eindimensionalen ungeordneten Quantensystemen untersucht worden, und zwar als Funktion der dimensionslosen Leitfähigkeit g, die Abweichungen von universellem Verhalten aufgrund von Wellenfunktionslokalisierung parametrisiert. Solche Abweichungen können insbesondere in den *tails* der Amplitudenverteilungen von Bedeutung sein (sog. *rare events*). Die Seltenheit solcher *rare events* ist mit Hilfe von zwei verschiedenen Methoden theoretisch vorhergesagt worden, und zwar zum einen mit Hilfe des nicht-linearen σ-Modells [2]. Dieses Modell geht von einer diffusiven klassischen Elektrondynamik aus ([5] gibt einen Überblick über die verwandeten Näherungen und die Ergebnisse). Zum anderen sind solche Verteilungen mit der sog. Zittartz-Langer-Methode [6] berechnet worden [7]. Die beiden Methoden (nicht-lineares σ-Modell und Zittartz-Langer-Methode) ergeben widersprüchliche Resultate.

   In [UMRS00a] wurden Wellenfunktionsamplitudenverteilungen für den Hamiltonoperator (2.4) numerisch berechnet. Um den Einfluss der unterschiedlichen Symmetrien mit und ohne Brechung der Zeitumkehrinvarianz auf die Statistik zu erkennen, wurde das Modell sowohl mit als auch ohne externen

Magnetfluss untersucht. Dabei hat sich gezeigt, daß die Verteilungen in quasi-eindimensionalen Systemen sehr gut mit den Vorhersagen des nicht-linearen σ-Modells übereinstimmen, aber nur unter der Voraussetzung, daß die dimensionslose Leitfähigkeit nicht zu groß ist. In zweidimensionalen Systemen stimmen die *tails* der Wellenfunktionsverteilungen qualitativ mit den Vorhersagen des nicht-linearen Sigmamodells überein (es ergeben sich lognormale *tails*). Die Koeffizienten weichen aber deutlich von den Ergebnissen des nicht-linearen σ-Modells ab. Die Ergebnisse der Zittartz-Langer-Methode sind in diesem Fall konsistent mit den numerischen Ergebnissen. Um überzeugend Übereinstimmung demonstrieren zu können, müßten sehr viel größere Systeme diagonalisiert werden. In dreidimensionalen Systemen ist es zur Zeit nicht möglich, genügend große Systeme zu diagonalisieren und eine genügend große Zahl von statistisch unabhängigen *samples* zu behandeln.

Aus den Ergebnissen von [UMRS00a] ergeben sich damit folgende weiterführende Fragestellungen: erstens muß untersucht werden, warum die Wellenfunktionsstatistik in quasi-eindimensionalen Systemen nur dann mit den Vorhersagen des nicht-linearen σ-Modells übereinstimmt, wenn g nicht zu groß ist. Die zusätzliche Bedingung (g darf nicht zu groß sein) läßt sich nicht im Rahmen des herkömmlichen (diffusiven) nicht-linearen σ-Modells rechtfertigen. Zweitens müssen in höher-dimensionalen Systemen größere und vor allem mehr *samples* diagonalisiert werden, um zu entscheiden, ob die in [7] zusammengefaßten Ergebnisse die numerischen Daten adäquat beschreiben.

Letzteres ist bei der vorhandenen Rechenkapazität selbst mit dem außerordentlich effektiven Lanczosalgorithms [3] nicht möglich. Die erste Frage wird in [UMS01] beantwortet. Eine mögliche Begründung der oben erwähnten zusätzlichen Bedingung findet sich in [5]: für sehr große Werte von g können in quasi-eindimensionalen ungeordneten Systemen ballistische Effekte die statistischen Eigenschaften von Eigenwerten und Wellenfunktionen dominieren. Die in [5] vorgeschlagene Bedingung ist

$$g^{-1} \gg \lambda_{\mathrm{F}}/\ell\,. \tag{2.5}$$

Dabei ist λ_{F} die Fermiwellenlänge und ℓ die mittlere freie Weglänge. In [UMS01] konnte anhand von exakten Diagonalisierungen des Hamiltonoperators (2.4) verifiziert werden, daß das diffusive nicht-lineare σ-Modell quasi-eindimensionale Systeme nur unter der zusätzlichen Bedingung (2.5) beschreibt. Darüber hinaus konnte gezeigt werden, in welcher Weise ballistische Effekte die Vorhersagen des diffusiven nicht-linearen σ-Modells modifizieren.

3. Unsere Ergebnisse zur Eigenvektorstatistik in nicht-Hermiteschen Zufallsmatrixensembles sind in den Arbeiten [SM01, MC00] zusammengefaßt. In [MC00] wird argumentiert, daß die statistischen Eigenschaften der Eigenvektoren von größter Bedeutung für die Dynamik ungeordneter, nicht-Hermitescher Systeme sind. Darüber hinaus konnten die statistischen Eigenschaften der Eigenvektoren in Ginibre's Ensemble nicht-Hermitescher Zufallsmatrizen analytisch exakt bestimmt werden. Des weiteren wurde ein analytisches Approximationsverfahren entwickelt, das es erlaubt, auch andere, allgemeinere

Ensembles zu behandeln. Schließlich konnte gezeigt werden, in welchen physikalischen Situationen Eigenvektorkorrelationen relevant werden können.

Es stellt sich die Frage, inwieweit die exakten Ergebnisse für Ginibre's Ensemble auch für andere Ensembles von Bedeutung sind. Greift auch im Falle nicht-Hermitescher Ensembles ein Universalitätsprinzip, wie im Falle Hermitescher Ensembles oben erwähnt? Diese Frage konnte in [SM01] beantwortet werden. In dieser Arbeit wurden die statistischen Eigenschaften von Eigenvektoren in einem Modell für ein offenes, klassisch chaotisches Quantensystem [9] numerisch bestimmt und mit den Ergebnissen approximativer analytischer Rechnungen verglichen. Dabei konnte gezeigt werden, daß die statistischen Eigenschaften der Eigenvektoren lokal universell sind, d.h. auf Skalen sehr viel kleiner als die typische Bandbreite des Spektrums (i.A. ist das Spektrum nicht-Hermitescher Matrizen nicht auf die reelle Achse beschränkt).

Darüber hinaus war Herr Uski noch an Untersuchungen zu den kritischen Eigenschaften des Metall-Isolator-Übergangs in anisotropen Systemen beteiligt [MRSU00], die nicht in direktem Zusammenhang mit diesem Teilprojekt stehen.

Literaturverzeichnis

Referierte Originalarbeiten

[MC00] *Statistical properties of eigenvectors in non-Hermitian Gaussian random matrix ensembles*, B. Mehlig und J. Chalker, J. Math. Phys. **41**, 3233 (2000)

[MRSU00] *Critical properties of the metal-insulator transition in anisotropic systems*, F. Milde, R. A. Römer, M. Schreiber, und V. Uski, Eur. Phys. J. B **15**, 685–690 (2000)

[SM01] *Universal eigenvector statistics in a quantum scattering ensemble* M. Santer und B. Mehlig, Phys. Rev. E (Rapid Communications), (2001) im Druck

[UMR98] *A numerical study of wave-function and matrix-element statistics in the Anderson model of localization*, V. Uski, B. Mehlig, und R. A. Römer, Ann. Phys. (Leipzig) **7**, 437–441 (1998)

[UMRS00a] *An exact-diagonalization study of rare events in disordered conductors*, V. Uski, B. Mehlig, R. A. Römer, und M. Schreiber, Phys. Rev. B **62**, R7699–R7702 (2000)

[UMRS00b] *Incipient localization in the Anderson model*, V. Uski, B. Mehlig, R. A. Römer, und M. Schreiber, Physica B **284–288**, 1934–1935 (2000)

[UMRS99] *Smoothed universal correlations in the two-dimensional Anderson model*, V. Uski, B. Mehlig, R. A. Römer, und M. Schreiber, Phys. Rev. B **59**, 4080–4090 (1999)

Eingereichte Manuskripte

[UMS01] *Signatures of ballistic effects in disordered conductors*, V. Uski, B. Mehlig und M. Schreiber, Phys. Rev. E (Rapid Communications) (2001), zur Veröffentlichung eingereicht

Diplom-, Doktor- und Habilitationsarbeiten

[U01] *Universality in the Anderson-Model of Localization*, V. Uski, Doktorarbeit, TU Chemnitz (voraussichtlich 04/2001)

Konferenzbeiträge

[B98umrs] *Universal parametric correlations in complex quantum systems*, V. Uski, B. Mehlig, R. A. Römer, und M. Schreiber, Poster, 210. WE-Heraeus Seminar PILS'98, Berlin (10/1998)

[C00umrs] *Statistics of rare events in the Anderson model of localization*, V. Uski, B. Mehlig, R. A. Römer, und M. Schreiber, Poster, WE-Heraeus-Ferienkurs für Physik: Vom Billardtisch bis Monte Carlo - Spielfelder der Statistischen Physik, Chemnitz (09/2000)

[D00m] *Eigenvector correlations in non-Hermitian random matrix ensembles*, B. Mehlig, Vortrag, Erstes Dresdner Herbstseminar des Arbeitskreises Nichtlineare Physik: *Nichtgleichgewichtsprozesse in neuen Materialien*, Max-Planck-Institut für Physik komplexer Systeme, Dresden (11/2000)

[D99ursm] *Incipient localisation in the Anderson model*, V. Uski, R. A. Römer, M. Schreiber und B. Mehlig, Poster, *Dynamics of Complex Systems*, MPI-PKS Dresden (05/1999)

[E00umrs] *Wave function statistics in disordered systems with GOE- and GUE-universality*, Vortrag, V. Uski, B. Mehlig, R. A. Römer, und M. Schreiber, Vortrag, *1. Symposium Schwerpunktprogramm "Quanten-Hall-Systeme"*, Bad Elster (04/2000)

[H00m] *Eigenvector correlations in non-Hermitian random matrix ensembles*, B. Mehlig, Vortrag, SCIENCE Workshop "Mesoscopics 2000", Universität Hamburg (02/2000)

[H99umrs] *Incipient localization in the Anderson model*, V. Uski, B. Mehlig, R. A. Römer, und M. Schreiber, Poster, 22nd International Conference on Low Temperature Physics (LT22), Helsinki (08/1999)

[H01ums] *Deviations from universality in spectral statistics of the Anderson model*, V. Uski, B. Mehlig und M. Schreiber, Poster, DPG-Frühjahrstagung des Arbeitskreises Festkörperphysik, Hamburg (03/2001)

[H01ursm] *An exact-diagonalization study of rare events in disordered conductors*, V. Uski, R. A. Römer, M. Schreiber und B. Mehlig, Poster, DY, 65. Frühjahrstagung der DPG, Hamburg (03/2001)

[M99umrs] *Incipient localisation in the Anderson model*, V. Uski, B. Mehlig, R. A. Römer, und M. Schreiber, Poster, DY 41.26, 63. Frühjahrstagung der DPG, Münster (03/1999)

[R00umrs] *Wave function statistics in the Anderson model of localization*, V. Uski, B. Mehlig, R. A. Römer, und M. Schreiber, Poster, DY 17.3, 64. Frühjahrstagung der DPG, Regensburg (03/2000)

[S00m] *Eigenvector correlations in non-Hermitian random matrix ensembles*, B. Mehlig, Vortrag, Internationale Konferenz "New Directions in Mesoscopic Physics", Strasbourg, Frankreich (04/2000)

[S01rusm] *An exact-diagonalization study of rare events in disordered conductors*, R. A. Römer, V. Uski, M. Schreiber und B. Mehlig, Poster, 1.4, APS March meeting, Seattle, USA (03/2001)

2.5 Offene Fragen/Ausblick

Bezüglich der Wellenfunktionsstatistik wäre es von großem Interesse, die in [UMS01] zusammengefaßten numerischen Ergebnisse mit analytischen Resultaten zu vergleichen. Die analytische Berechnung von Verteilungsfunktionen in Gegenwart ballistischer Effekte sollte mit Hilfe des in [8] vorgeschlagenen Modells möglich sein.

Bei den Untersuchungen der nicht-Hermiteschen Zufallsmatrixensembles wäre es interessant, zu zeigen, daß sich die in [SM01, MC00] bestimmten Eigenvektorkorrelationen in hochangeregten Atomen mit klassisch chaotischer Dynamik wiederfinden. Dazu wäre es notwendig, die Resonanzzustände von Helium numerisch zu bestimmen.

Eine interessante bisher nicht behandelte Fragestellung bezüglich der Matrixelemente in abgeschlossenen, klassisch chaotischen Quantensystemen betrifft die Abweichungen vom universellen Verhalten, die durch Inhomogenitäten in Phasenraum hervorgerufen werden können, wie im Kapitel 2.2 geschildert.