

Theoretische Physik I – Mechanik

12. Übungsblatt (Bachelor Physik)

Abgabe: Montag, 10.01.2011

Diagonalisierung, Kreisel

35. Aufgabe (5 Punkte)

Sei \hat{J} der Trägheitstensor eines Körpers mit

$$\hat{J} = \begin{pmatrix} A \cos^2 \beta + D \sin^2 \beta & E \sin \beta & (D - A) \sin \beta \cos \beta \\ E \sin \beta & D & E \cos \beta \\ (D - A) \sin \beta \cos \beta & E \cos \beta & A \sin^2 \beta + D \cos^2 \beta \end{pmatrix}.$$

- Berechnen Sie die Hauptträgheitsmomente von \hat{J} .
Anleitung: Berechnen Sie zunächst das charakteristische Polynom $P(\lambda)$ und zeigen Sie, dass A die charakteristische Gleichung $P(\lambda_1 = A) = 0$ erfüllt.
- Berechnen Sie für den Fall $\beta = 0$ die Matrix M , die \hat{J} diagonalisiert, also die Gleichung

$$M \hat{J} M^T = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}$$

erfüllt.

34. Aufgabe (5 Punkte)

Ein Fass rolle eine schiefe Ebene hinunter.

- Formulieren Sie die Zwangsbedingungen für das rollende Fass.
- Stellen Sie die Newtonsche Bewegungsgleichung für das Fass auf und bestimmen Sie mithilfe der Lagrangeschen Multiplikatoren die Zwangskräfte.
- Interpretieren Sie die auftretenden Zwangskräfte.