

Theoretische Physik I – Mechanik

8. Übungsblatt (Bachelor Physik)

Abgabe: Montag, 29.11.2010

Anharmonischer Oszillator, Gravitationsfeld

25. Aufgabe (4 Punkte)

Ein Massenpunkt der Masse m bewege sich reibungsfrei in einem Potential $V(x)$.

- Wie kann man allgemein die Bewegungsgleichung durch ein Integral lösen?
- Betrachten Sie die Bewegungsgleichung $m\ddot{x} = -m\omega_0^2 x + \varepsilon x^3 = -\frac{dV}{dx}$. Der Massenpunkt habe eine Energie E mit $\varepsilon E \ll m\omega_0^4$ und führe anharmonische Schwingungen zwischen den Umkehrpunkten $|x| = a$ aus. Berechnen Sie die Schwingungsdauer τ in Abhängigkeit von der Schwingungsweite a näherungsweise bis zu linearen Termen in ε !
- Anfangsbedingung sei $x(0) = 0$. Lösen Sie die Bewegungsgleichung des Massenpunktes aus b) mit Hilfe der Quadratur aus a) bis zu linearen Termen in ε . Bestimmen Sie die Anfangsgeschwindigkeit $\dot{x}(0)$ aus dem Energiesatz bis zur gleichen Näherung.

26. Aufgabe (3 Punkte)

Betrachten Sie die Bewegung im Gravitationspotential $V(r) = -\frac{\alpha}{r}$ mit der Energie E und dem Drehimpuls L .

- Beweisen Sie, dass der „Lenz-Runge-Vektor“

$$\vec{\Lambda} = \frac{\vec{p} \times \vec{L}}{m\alpha} - \frac{\vec{r}}{r}.$$

eine weitere Erhaltungsgröße der Bewegung ist.

- Zeigen Sie, dass der Lenz-Runge-Vektor $\vec{\Lambda}$ zum Perihel zeigt.
- Zeigen Sie, dass der Betrag $|\vec{\Lambda}|$ die Exzentrizität der Bahn ist.

27. Aufgabe (3 Punkte)

Eine Kugelschale habe den Radius R und die Masse M .

- Berechnen Sie die Gravitationskraft, die die Kugelschale auf eine Masse m_0 innerhalb bzw. außerhalb der Schale ausübt.
- Bestimmen Sie die potentielle Energie der Masse m_0 , wenn $E_{\text{pot}}(r \rightarrow \infty) = 0$ sein soll.
- Zeichnen Sie $E_{\text{pot}}(r)$.