

Computergestützte Mechanik

6. Übungsblatt

Abgabe: Montag, 22.11.2010

Bewegungsgleichung und Potential

17. Aufgabe

Untersuchen Sie, ob die folgenden Differentialformen totale Differentiale einer skalaren Funktion $V(\vec{r})$ sind! Bestimmen Sie gegebenen Falls dieses $V(\vec{r})$ und kontrollieren Sie Ihre Ergebnisse mittels Gradientenbildung!

- $[2x(y - z) - y^2]dx + [x^2 + 2y(z - x)]dy - [x^2 - y^2]dz$
- $x \ln(y^2 + 1)dx + y \frac{x^2 - 1}{y^2 + 1} dy$
- $f'(x)dx + g'(y)dy$

18. Aufgabe

Ein Massenpunkt der Masse m bewegt sich längs einer Raumkurve $\vec{r} = \vec{r}(s)$ mit der Bogenlänge $s = s(t)$ gemäß:

$$\begin{aligned}\vec{r}(s) &= \vec{e}_z d + c(\vec{e}_x \cos(\frac{s}{c}) + \vec{e}_y \sin(\frac{s}{c})) \\ s(t) &= b \frac{t^2}{2}.\end{aligned}$$

$\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ sind die Einheitsvektoren eines kartesischen Koordinatensystems. b, c, d sind positive Konstanten.

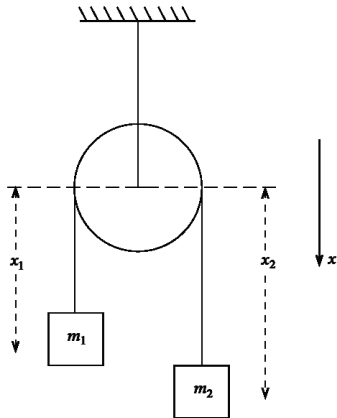
- Skizzieren Sie die Lage der Bahnkurve im Raum!
- Berechnen Sie Geschwindigkeitsvektor und -betrag sowie Beschleunigungsvektor und -betrag unter Benutzung des lokalen Dreibeins!

19. Aufgabe

Diskutieren Sie den vertikalen Wurf einer Masse m im Gravitationsfeld der Erde ($\vec{F} = -\gamma \frac{mM}{r^3} \vec{r}$).

- Die Anfangsgeschwindigkeit beim Abwurf der Masse von der Erdoberfläche sei v_0 . Gesucht ist die Geschwindigkeit v der Masse als Funktion ihres Abstandes z vom Erdmittelpunkt.
- Wie groß muss v_0 mindestens sein, damit die Masse den Schwerebereich der Erde verlässt?

20. Aufgabe



Über einen Faden der Länge L seien zwei Massen m_1 und m_2 miteinander verbunden ($m_1 < m_2$). Das Schwerfeld der Erde wirke in x -Richtung.

- Wie lauten die Bewegungsgleichungen für m_1 und m_2 ?
- Berechnen Sie die Beschleunigungen der beiden Massen als Funktion von m_1 und m_2 .
- Wie groß ist die Fadenspannung?