

# Computergestützte Mechanik

## 1. Übungsblatt

Termin: mündlich zur 1. Übung

### Vektoren

Vektoren sind gerichtete Größen, die die Lage eines Objektes im 3-dimensionalen Raum darstellen. Ein Vektor ist charakterisiert durch Angabe von Betrag und Richtung. Drei linear unabhängige Vektoren bilden eine Basis. Ein beliebiger Vektor läßt sich als Linearkombination solcher Basisvektoren schreiben. Haben alle Basisvektoren  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$  die Länge 1 und stehen senkrecht aufeinander, so spricht man von einer Orthonormalbasis. In dieser Übung sollen prinzipielle Rechenregeln für Vektoren angewendet werden.

### 1. Aufgabe

Gegeben seien die Vektoren

$$\vec{a} = 2\vec{e}_1 + 6\vec{e}_2 + \alpha\vec{e}_3 = (2, 6, \alpha),$$

$$\vec{b} = -3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 = (-3, 2, -2),$$

wobei  $\alpha$  eine Konstante ist.

- a) Berechnen Sie folgende Größen:

$$\vec{a} + 2\vec{b}, \vec{a} - 5\vec{b}, \vec{a} \cdot \vec{b}$$

- b) Berechnen Sie den Betrag der Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$ !
- c) Bestimmen Sie alle Vektoren, die in Richtung der Winkelhalbierenden der Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  zeigen!
- d) Wann ergibt das Skalarprodukt von  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  einen negativen Wert und was bedeutet das für den Winkel zwischen beiden Vektoren?
- e) Bestimmen Sie den Winkel zwischen den Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  als Funktion des Parameters  $\alpha$ ! Welcher Winkel wird für  $\alpha = 0$  eingenommen?
- f) Bestimmen Sie  $\alpha$  so, daß  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  zueinander orthogonal sind!

## 2. Aufgabe

In einem Punkt greifen vier Kräfte  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$  an. Die Kräfte liegen in einer Ebene, die Beträge der Kräfte sind  $\vec{F}_1 = 4kN, \vec{F}_2 = 3.8kN, \vec{F}_3 = 2.8kN, \vec{F}_4 = 4.4kN$ . Die Winkel zwischen den Kräften sind mit  $\angle(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 90^\circ, \angle(\vec{F}_2, \vec{F}_3) = 120^\circ, \angle(\vec{F}_3, \vec{F}_4) = 70^\circ$  gegeben.

Ermitteln Sie zeichnerisch oder rechnerisch den Betrag und die Richtung der resultierenden Kraft

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^4 \vec{F}_i !$$

## 3. Aufgabe

Die Arbeit, die von einer konstanten Kraft verrichtet wird, ist das Skalarprodukt aus Kraft und Wegvektor.

Eine Kraft vom Betrag  $40N$ , die einen Körper im kartesischen Koordinatensystem von  $(2m, 2m, 1m)$  nach  $(3m, 4m, 5m)$  bewegt, besitzt die Richtung  $(-1, 3, 2)$ .

Welche Arbeit wird von der Kraft verrichtet?