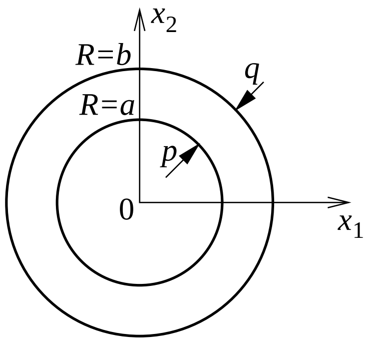
Übungen zur Kontinuumsmechanik

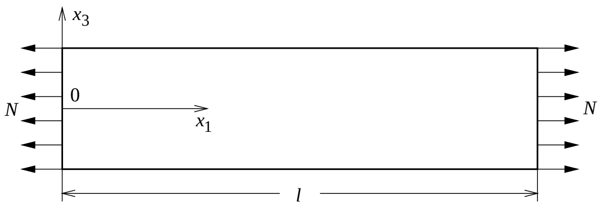
Klaus Morawetz, Zi 564, klaus.morawetz@physik.tu-chemnitz.de, www.mpipks-dresden.mpg.de/∼morawetz

IV. Spannungen im Gleichgewicht Aufgaben 1-11

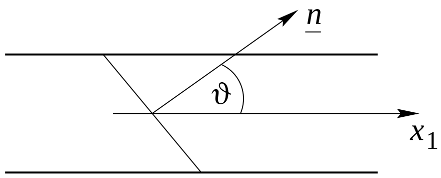
1. Gegeben sei eine lange gerade elastische kreisrunde Röhre (Hohlzylinder) mit dem inneren Radius a und dem äußeren b. Auf die innere Oberfläche wirke gleichmäßig der Druck p und auf die äußere der Druck q ($p \neq q$). Schwerkräfte werden vernächlässigt. Zu bestimmen sind die auftretenden Verschiebungen und Spannungen an einem beliebigen Punkt der Röhre.



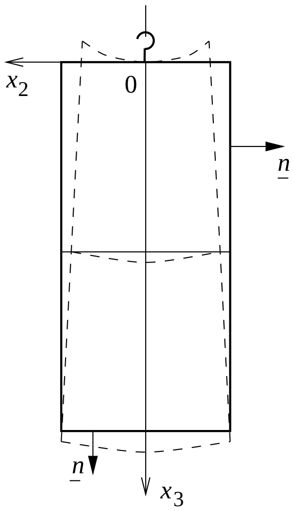
2. Man berechne selbiges Problem für eine elastische Hohlkugel.
3. Betrachtet werde eine elastische Vollkugel (vom Radius R), die sich unter der Wirkung ihres eigenen Gravitationsfeldes deformiert (etwa wie die Erde im eigenen Gravitationsfeld). Man gebe die Differentialgleichung an, die zur Bestimmung dieser Deformation zu integrieren ist und löse diese.
4. Aus einem kreisrunden Baumstamm soll a) ein Rechteckbalken von möglichst großer Tragkraft, b) ein Balken, der sich möglichst wenig durchbiegt, geschnitten werden. Offenbar zählt die Dicke mehr als die Breite, also ist der quadratische Querschnitt nicht der beste. Wie sieht der günstigste Querschnitt aus und wieviel mehr trägt er als der quadratische ?
5. An einen homogenen elastischen Stab von konstantem zylindrischen Querschnitt und der Anfangslänge l greife an den Stirnflächen die Normalspannung N an. Die Mantelfläche sei spannungsfrei und das Eigengewicht werde vernachlässigt. Man berechne die Verzerrungen e_{ij} und die Verschiebungen u_i im Inneren des Stabes.



6. Für selbiges Problem finde man die Normal- und die Scherspannungen auf einer beliebigen Schnittfläche durch den Stab. Auch finde man deren Extrema und jene Flächen, für die sie auftreten.

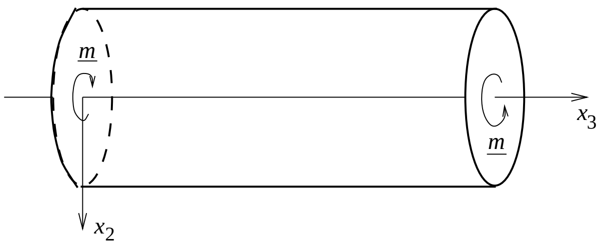


7. Betrachtet werde ein elastischer Stab von einheitlichem Querschnitt, vertikal aufgehängt im Zentrum der oberen Stirnfläche. Wir wollen annehmen, daß der sich aufbauende, das Eigengewicht ausbalancierende Spannungszustand nur auf diese oberen Fläche wirkt und daß die untere Grundfläche und die Mantelfläche spannungsfrei sind. Der Stab habe die homogene Dichte ρ und die Länge l. Zu berechnen sind die Spannungen σ_{ij}, die Verzerrungen ϵ_{ij} und die Verschiebungen u_i.



8. Wie lang kann ein Stahldrahtseil höchstens sein, bevor es unter seinem eigenen Gewicht zerreißt ?

9. Gegeben sei ein elastischer Stab der Länge l von einheitlich elliptisch oder kreisförmigem Querschnitt. Wir nehmen an, daß an den beiden Stirnseiten um die Stabachse je die Drehmoment $\vec{m}$ bzw. $-\vec{m}$ angreifen. Die Mantelfläche ist spannungsfrei und die Schwerkraft werde vernachlässigt. Zu berechnen sind die Spannungen σ_{ij}, die Verzerrungen ϵ_{ij} und die Verschiebungen u_i infolge des anliegenden Momentes.



10. Warum ist ein Rohr fast so biegesteif wie ein Stab ? Hat das Rohr Vorteile, die auch noch den verbleibenden kleinen Unterschied ausgleichen können ?

11. Um wieviel mehr kann man einen beiderseits eingespannten Balken (Brücke) in der Mitte belasten als einen halb so langen einseitig eingespannten Balken am Ende ?