Theoretische Physik II

Mechanik, Quantenmechanik, Elektrodynamik, Thermodynamik und Statistische Physik

Quantenmechanik-Klausur

PD Dr. Hans-Reinhard Berger
Raum 2/P311, ☎ 531-34639
✉ berger@physik.tu-chemnitz.de
Martin Puschmann
Raum 2/P314, ☎ 531-33238
✉ martin.puschmann@physik.tu-chemnitz.de
www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/de/lehre/TP2.php

01 **9 BE** Schrödingergleichung (SGL)

a) Wie lautet die SGL in allgemeiner Form?

b) Unter welcher Bedingung lässt sich die SGL auf die zeitfreie Formulierung vereinfachen? Leiten Sie die zeitfreie Formulierung her!

c) Welche anschauliche Bedeutung ist mit der Wellenfunktion verknüpft? Welche Bedingung(en) sollte bzw. muss sie erfüllen?

d) Warum sind hermitische Operatoren für physikalische Messgrößen wichtig?

e) Welche physikalische Bedeutung hat es, wenn zwei Operatoren kommutieren?

02 **2 BE** Man weise nach, dass für $\Psi(x,t) = a\exp(\mathrm{i}(kx - wt))$ mit $\omega = \frac{\hbar k^2}{2m}$ die Wahrscheinlichkeitsstromdichte das Produkt aus Wahrscheinlichkeitsdichte und Geschwindigkeit ist.

03 **2 BE** Berechnen Sie die adjungierten Operatoren zu

a) $\hat{A} = x$ b) $\hat{A} = x\frac{\partial}{\partial x}$

04 **3 BE** Gegeben sei ein ∞-hoher Potentialtopf, welcher im Bereich $0 \le x \le a$ liegt. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein Teilchen im Bereich $\frac{a}{4} \le x \le \frac{3a}{4}$ aufhält?

05 **6 BE** Berechnen Sie folgende Kommutatoren!

a) $\left[\hat{\vec{r}}, \hat{\vec{p}}\right]$ b) $\left[\hat{L}_x, \hat{y}\right]$ c) $\left[\hat{L}_x, \hat{p}_y\right]$ d) $\left[\hat{L}_x, \hat{L}_y\right]$

Hinweis:
$\hat{\vec{r}}$ und $\hat{\vec{p}}$ sind der Orts- und Impulsoperator eines *dreidimensionalen Systems*.

06 **8 BE** Ein eindimensionaler harmonischer Oszillator mit

$$\hat{H}\Psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Psi + \frac{m}{2}\omega^2 x^2\Psi = E\Psi$$

wird durch den zusätzlichen Operator $\hat{H}_{\mathrm{S}} = ax^2$ ($a \ll m\omega^2$) gestört.

a) Lösen Sie das Problem unter Kenntnis der ungestörten Lösung exakt mittels einfacher Überlegungen!

b) Berechnen Sie die Energieänderung des 1. angeregten Zustandes

$$\Psi_1(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}}\sqrt{\frac{2m\omega}{\hbar}}\,x\exp\left(-\frac{1}{2}\frac{m\omega}{\hbar}x^2\right)$$

unter Verwendung der Störungsrechnung erster Ordnung!

c) Überprüfen Sie das Ergebnis der Störungsrechnung durch Näherung der zugehörigen exakten Energie!

Hilfsmittel:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^n \exp\left(-x^2\right)\mathrm{d}x = \begin{cases} \frac{(n-1)(n-3)(n-5)\ldots(1)}{2^{(n/2)}}\sqrt{\pi} & n \text{ ist gerade} \\ 0 & n \text{ ist ungerade} \end{cases}$$