

01 Berechnen Sie das zu den gegebenen Potentialen jeweils zugehörige Kraftfeld!

2 BE

a) $V(\vec{r}) = V_0 \frac{r}{a}$

b) $V(\vec{r}) = V_0 e^{\vec{a} \cdot \vec{r}}$

V_0, a und \vec{a} sind konstante Größen.

02 Ein Teilchen bewege sich unter Einfluss des Kraftfeldes

2 BE

$$\vec{F}(\vec{r}) = (\vec{a} + \vec{b} \times \vec{r}) e^{-\vec{a} \cdot \vec{r}}$$

mit den konstanten Vektoren \vec{a} und \vec{b} . Handelt es sich um ein konservatives Kraftfeld bzw. welche Bedingungen müssen \vec{a} und \vec{b} erfüllen, damit das Kraftfeld konservativ wird?

03 Zeigen Sie, dass für ein konservatives Kraftfeld die Energieerhaltung

3 BE

$$T + V = \text{const}$$

direkt aus der Newtonschen Bewegungsgleichung folgt!

04 Starrer Körper:

4 BE

a) Bestimmen Sie das Trägheitsmoment einer homogenen Kugel mit Radius R , dessen Schwerpunkt im Koordinatenursprung liegt, durch einfache Überlegung bzw. Berechnung.

b) In der unter a) berechneten Kugel befindet sich nun eine weitere homogene Kugel eines anderen Materials so, dass sie von Außen nicht zu sehen ist. Diese innere Kugel hat den Radius r und den senkrechten Abstand S von der Rotationsachse (Abstand zwischen ihrem Schwerpunkt und der Rotationsachse).

05 Ein Massepunkt m befindet sich auf einem parabelförmigen gebogenen Draht $z(r) = ar^2$, welche um die z -Achse mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω rotiert. Der Massepunkt unterliegt der Erdbeschleunigung, welche in Richtung $-\hat{e}_z$ zeigt.

6 BE

a) Wieviele Freiheitsgrade hat das System? Geben Sie die Zwangsbedingungen an und wählen sie geeignete generalisierte Koordinaten!

b) Stellen Sie die Lagrange-Funktion auf!

c) Stellen Sie die Lagrangschen Bewegungsgleichungen auf und zeigen Sie, dass es einen stabilen Punkt gibt!

Hinweise mit $\vec{A} = \vec{A}(\vec{r})$ und $\vec{B} = \vec{B}(\vec{r})$

a) $\nabla (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{A} + \vec{B} \times (\nabla \times \vec{A}) + (\vec{A} \cdot \nabla) \vec{B} + \vec{A} \times (\nabla \times \vec{B})$

b) $\nabla \times (\vec{A} \times \vec{B}) = (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{A} - \vec{B} (\nabla \cdot \vec{A}) - (\vec{A} \cdot \nabla) \vec{B} + \vec{A} (\nabla \cdot \vec{B})$