Theoretische Physik II

Mechanik, Quantenmechanik, Elektrodynamik, Thermodynamik und Statistische Physik

Blatt 19: Statistische Physik III

PD Dr. Hans-Reinhard Berger
Raum 2/P311, ☎ 531-34639
✉ berger@physik.tu-chemnitz.de
Martin Puschmann
Raum 2/P314, ☎ 531-33238
✉ martin.puschmann@physik.tu-chemnitz.de

01 **HA** Berechnen Sie Mittelwert $\langle x\rangle$ und Varianz $\langle (x-\langle x\rangle)^2\rangle$ zu den Verteilungen.

a) $p(x) = \frac{1}{2a}\Theta(a-|x|)$ b) $p(x) = \frac{1}{\pi}\frac{s}{s^2+(x-t)^2}$

02 **HA** Berechnen Sie die großkanonische Zustandsumme Ξ für ein klassisches ideales Gas aus ununterscheidbarer Teilchen.
Hinweis: Benutzen Sie dabei das Ergebnis aus Blatt 18 **05**.

03 **HA** Berechnen Sie $\langle E\rangle$, $\langle N\rangle$, $\langle E^2\rangle - \langle E\rangle^2$ und $\langle N^2\rangle - \langle N\rangle^2$ für das ideale Gas ausgehend von den Resultaten aus Blatt 18 **05** und vergleichen Sie mit den Ergebnissen, die in Blatt 19 **02** mit der kanonischen Verteilung gewonnen wurden.

04 Wieviele Möglichkeiten gibt es aus M

a) unterscheidbaren,

b) ununterscheidbaren

Teilchen N Teilchen auszuwählen?

05 Betrachten wir ein isoliertes System, so lässt sich die Entropie S darstellen als

$$S = -k_\mathrm{B}\int \rho(q,p)\ln\rho(q,p)\mathrm{d}p\mathrm{d}q = -k_\mathrm{B}\langle \ln\rho(q,p)\rangle_{q,p} \quad .$$

a) Zeigen Sie, dass diese Definition mit der in der Vorlesung gegebenen Beziehung (Boltzmannbeziehung) übereinstimmt!

b) Der Phasenraum sei nun so eingeschränkt, dass die Wahrscheinlichkeitsdichte $p(\xi)$ nur noch von ξ abhängt. Berechnen Sie die Entropie für die Gaußverteilung $p(\xi)\sim\exp(-a\xi^2)$.

06 Berechnen Sie im kanonischen Ensemble den Mittelwert $\langle\hat{\mathcal{H}}\rangle$ und das Schwankungsquadrat $\langle\hat{\mathcal{H}}^2\rangle - \langle\hat{\mathcal{H}}\rangle^2$ der Energie

a) für ein Spin im äußeren Magnetfeld B mit dem Hamiltonoperator $\hat{\mathcal{H}} = -\mu_\mathrm{B}B\hat{\mathcal{S}}_z$,

b) sowie für den harmonischen Oszillator mit den Energieeigenwerten $E_n = \hbar\omega(n+\frac{1}{2})$.

c) Berechnen Sie desweiteren für den Fall a) die Mittelwerte $\langle\hat{\mathcal{S}}_x\rangle$ und $\langle\hat{\mathcal{S}}_y\rangle$.

Die Spinmatrizen seien durch die folgende Matrixdarstellung gegeben:

$$\mathcal{S}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \mathcal{S}_y = \begin{pmatrix} 0 & -\mathrm{i} \\ \mathrm{i} & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \mathcal{S}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad .$$