

① Der Arbeitszyklus eines Otto-Motors kann auf 4 Prozessschritte zwischen vier charakteristischen Zuständen $(p_i, V_i, T_i; i = 1, \dots, 4)$ zurückgeführt werden. Die Schritte sind:

1 → 2: adiabatische Kompression

2 → 3: isochore Erwärmung (Explosion des Treibstoffs)

3 → 4: adiabatische Expansion

4 → 1: isochore Abkühlung als Ersatzprozess für den Gasaustausch

Bestimmen Sie unter Annahme eines idealen Gases

a) den Wirkungsgrad des Otto-Motors und

b) vergleichen Sie diesen mit dem einer Carnot-Maschine! Überlegen Sie dazu, wie die Temperatur des wärmeren Bades im Fall des Otto-Motors lautet. Begründen Sie das Ergebnis des Vergleiches!

② Für ein Gas sei die freie Energie $F(T, V)$ in natürlichen Variablen gegeben.

a) Wie berechnen sich Druck und Entropie mit den gegebenen thermodynamischen Potential?

b) Geben Sie jeweils einen Ausdruck für die Wärmekapazitäten C_p an, die nur die freie Energie, ihre Ableitungen und ihre natürlichen Variablen enthält!

③ Ein Ensemble von nicht wechselwirkender freier Teilchen mit den Anfangsbedingungen $q \in [q_0, q_0 + \Delta q]$ und $p \in [p_0, p_0 + \Delta p]$ bewege sich in einem 1-dimensionalen Kasten der Länge L , dessen Enden reflektierend sind.

a) Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf des Vierecks, welches die Teilchen anfangs im Phasenraum bedecken!

b) Wird der energetisch zugängliche Phasenraum ergodisch überdeckt?

④ Die Wahrscheinlichkeit ein klassisches Teilchen im kanonischen Ensemble Geschwindigkeitsbetrag v im Intervall $[v, v + dv]$ zu finden, ist durch $w(v)dv$ gegeben.

a) Berechnen Sie die explizite Form von

$$w(v) = \frac{1}{N} \sum_j \left\langle \delta \left(v - \frac{|\vec{p}_j|}{m} \right) \right\rangle_\beta$$

wobei $\langle \cdot \rangle_\beta$ die Mittelung im klassischen kanonischen Ensemble mit der Vielteilchenhamiltonfunktion

$$\mathcal{H} = \sum_{i=1}^N \frac{\vec{p}_i^2}{2m} + V(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_N)$$

bedeutet.

b) Berechnen Sie das Maximum v_{\max} , den Mittelwert $\langle v \rangle$ und den Wert $\sqrt{\langle v^2 \rangle}$ der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung!

⑤ Werten Sie das Zustandsintegral für N wechselwirkungsfreie Teilchen in einem Kasten mit dem Volumen V , also für ein klassisches ideales Gas, aus. Berechnen Sie den Energiemittelwert \bar{E} und das Schwankungsquadrat $(\Delta E)^2$ der Energie für das klassische ideale Gas.