PD Dr. Hans-Reinhard Berger
Raum 2/P311, ☎ 531-34639
✉ berger@physik.tu-chemnitz.de

Martin Puschmann
Raum 2/P314, ☎ 531-33238
✉ martin.puschmann@physik.tu-chemnitz.de

01 Berechnen Sie Mittelwert $\langle x \rangle$ und Varianz $\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle$ zu den Verteilungen.

a) $p(x) = \lambda \exp(-\lambda x)$

b) $p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)$

c) $P(X = k) = \frac{\mu^k}{k!} \exp(-\mu)$

02 Stellen Sie die Bewegung eines eindimensionalen harmonischen Oszillators in der Phasenraumebene dar. Welche Kurven entstehen als Phasenbahnen? Wie groß ist der Flächeninhalt innerhalb einer Phasenkurve, die zu einer Bewegung mit der Energie E gehört und wie groß ist die Umlaufzeit auf dieser Phasenbahn?

03 Die Wahrscheinlichkeit aus N unabhängigen Ereignissen k-mal das gleiche Ergebnis zu erhalten, ist durch die Binomialverteilung

$$B_N(k, p) = \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k}$$

gegeben, wobei der Parameter p die Wahrscheinlichkeit des Einzelereignisses bezeichnet.

a) Berechnen Sie den Erwartungswert μ sowie die Varianz σ der Binomialverteilung. Bestimmen sie den Varianzkoeffizienten $\frac{\sigma}{\mu}$.

b) Zeigen Sie, dass $B_N(k, p)$ im Grenzfall $N \to \infty$, $p \to 0$ mit $Np = \lambda$ in die Poisson-Verteilung $P(k, \lambda) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ übergeht.

04 Man zeige, dass für die *Eulersche Gamma-Funktion* die Relationen

a) $\Gamma(z+1) = z\Gamma(z)$ und

b) $\Gamma(n+1) = n!$ mit $n \in \mathbb{N}$

erfüllt sind.

05 Ein ideales Gas im Schwerefeld mit insgesamt N gleichen Teilchen der Masse m ist in einem zylindrischen Gefäß mit der Grundfläche A und der Höhe h eingeschlossen. Bestimmen Sie den Verlauf der Teilchendichte. Diskutieren Sie die Grenzfälle $mgh \ll kT$ und $mgh \gg kT$.