

- ① Berechnen Sie zu  $f = f(x, y)$  und  $g = g(x, y)$  die partiellen Differentialquotienten

$$\left(\frac{\partial f}{\partial g}\right)_x \quad \text{und} \quad \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_g .$$

- ② Zwischen  $x$ ,  $y$ , und  $z$  gelte der Zusammenhang  $f(x, y, z) = 0$ . Wie lassen sich die Differentialquotienten

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z, \quad \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x, \quad \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y$$

mit Hilfe der Differentialquotienten

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{yz}, \quad \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{xz}, \quad \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{xy}$$

schreiben.

- ③ Gegeben sei die Funktion  $f(x, y, z) = 0$ . Zeigen Sie die Gültigkeit der Beziehung

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1 .$$

- ④ Untersuchen Sie, ob die angegebenen Differentiale totale Differentiale sind! Bestimmen Sie gegebenenfalls den integrierenden Faktor  $\mu(x, y)$ . Bestimmen Sie die Funktion  $f(x, y)$ .

a)  $df = ydx + xdy$

b)  $df = ydx - xdy$

c)  $df = y^3dx + (2xy^2 + 1)dy$

d)  $df = \left(\frac{y^2}{x} - 2\right)dx + \left(3y - \frac{x}{y}\right)dy$

- ⑤ Die thermische Zustandsgleichung des Van-der-Waals-Gases ist

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT .$$

Ermitteln Sie die Kurve  $p(V)$ , die im  $p$ - $V$ -Diagramm das Gebiet instabiler Zustände abgrenzt, sowie die kritischen Werte  $p_{kr}$ ,  $V_{kr}$ , und  $T_{kr}$ .