Theoretische Physik II

Mechanik, Quantenmechanik, Elektrodynamik, Thermodynamik und Statistische Physik

Blatt 12: mathematische Apparat der QM & Näherungsverfahren

PD Dr. Hans-Reinhard Berger
Raum 2/P311, ☎ 531-34639
✉ berger@physik.tu-chemnitz.de
Martin Puschmann
Raum 2/P314, ☎ 531-33238
✉ martin.puschmann@physik.tu-chemnitz.de
`www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/de/lehre/TP2.php`

2015/16

12

01 **HA** Man bestimme die Zahl der pro Sekunde durch die Antenne eines Senders abgestrahlten Photonen. Der Sender hat die Leistung von 1 kW bei einer Frequenz von 1 MHz.

02 **HA** Ein ruhendes $^{60}\mathtt{Co}$-Atom emittiert ein γ-Quant der Energie $E = 60\,\mathrm{MeV}$ bzw. $E = 60\,\mathrm{GeV}$. Welche Geschwindigkeit besitzt das Co-Atom nach der Emission?

03 **HA** Ein Teilchen bewegt sich im Potential

$$V(x) = \begin{cases} -V_0/x & x \geqq 0 \\ \infty & x < 0 \end{cases} \quad .$$

Bestimmen Sie mit dem Ansatz $\Phi(x) \sim xe^{-\alpha x}$ durch Einsetzen eine Lösung der stationären Schrödingergleichung und den zugehörigen Energiewert! Normieren Sie die Wellenfunktion! Handelt es sich um einen freien oder einen gebundenen Zustand?

04 Man berechne die adjungierten Operatoren zu

a) $\hat{A} = 1$ b) $\hat{A} = \mathrm{i}$ c) $\hat{A} = x$ d) $\hat{A} = \frac{\partial}{\partial x}$

05 Gegeben sei der Hamiltonoperator

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V(\hat{r})$$

eines dreidimensionalen Problems. Berechnen Sie die Kommutatoren $[\hat{r}, \hat{p}]$, $[\hat{r}, \hat{H}]$ und $\left[\hat{p}, \hat{H}\right]$.

06 Neben dem Kommutator $[\hat{a}, \hat{b}] = \hat{a}\hat{b} - \hat{b}\hat{a}$ existiert der Antikommutator $[\hat{a}, \hat{b}]_+ = \hat{a}\hat{b} + \hat{b}\hat{a}$. Zeigen Sie die Relation

$$[\hat{a}, \hat{b}\hat{c}] = [\hat{a}, \hat{b}]_+\hat{c} - \hat{b}[\hat{a}, \hat{c}]_+$$

07 Zeigen Sie: $|\Psi\rangle$ ist genau dann ein Eigenvektor zu einem hermitischen Operator $\hat{A}$, wenn die Unschärfe

$$\Delta A = \sqrt{\left\langle \Psi \right| \left(\hat{A} - \left\langle \Psi | \hat{A} \Psi \right\rangle\right)^2 \Psi \big\rangle}$$

verschwindet. Dabei sei $\langle \Psi | \Psi \rangle = 1$.

08 Das Verhalten eines Partikels sei annähernd durch den 1-dimensionalen harmonischen Oszillator beschrieben. Bei einer besseren Näherung enthält das Potential zusätzlich Terme 4. Ordnung

$$V(x) = \frac{m\omega^2}{2}x^2 + \lambda\frac{m^2\omega^3}{2\hbar}x^4 \quad \text{mit} \quad \lambda \ll 1 \quad .$$

Wie ändert sich die Energie in der Näherung erster Ordnung?

09 Berechnen Sie m.H. des Ritzschen Variationsverfahrens die Energie des ersten angeregten Zustandes für das Potential $V(x) = \frac{m\omega^2}{2}x^2$ mit dem Ansatz $\psi(x) = c\,x\,\exp\left(-\frac{x^2}{2\beta}\right)$! Warum liefert dieses Vorgehen eine Abschätzung für den ersten angeregten Zustand?