PD Dr. Hans-Reinhard Berger
Raum 2/P311, ☎ 531-34639
✉ berger@physik.tu-chemnitz.de

Martin Puschmann
Raum 2/P314, ☎ 531-33238
✉ martin.puschmann@physik.tu-chemnitz.de

01 Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird ein freies Teilchen durch die Funktion

$$\psi(x,0) = A \exp\left(-\frac{x^2}{a^2} + \mathrm{i}k_0 x\right)$$

beschrieben.

a) Man bestimme den Koeffizienten A und das Gebiet, wo sich das Teilchen befindet.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsstromdichte

$$j(x,t) = \frac{\hbar}{2m\mathrm{i}}\left[\psi^*(x,t)\frac{\partial}{\partial x}\psi(x,t) - \psi(x,t)\frac{\partial}{\partial x}\psi^*(x,t)\right]$$

02 Ein Teilchen sei auf den Bereich $0 \leqq x \leqq a$, $0 \leqq y \leqq b$ und $0 \leqq z \leqq c$ beschränkt, in welchem das Potential den Wert $V = 0$ habe. Man gebe die möglichen Energieeigenwerte und die zugehörigen Eigenfunktionen an!

03 Betrachten Sie eine 1-dimensionale Potentialstufe $V(x) = V_0\Theta(x)$. $\Theta(x)$ steht für die Heavisidesche Stufenfunktion. Berechnen Sie den Reflexionskoeffizienten $R = \left|\frac{j_r}{j_0}\right|$ und den Transmissionskoeffizienten $T = \left|\frac{j_t}{j_0}\right|$ einer von links einlaufenden ebenen Welle $\psi(x) = e^{\mathrm{i}k_0 x}$ mit Hilfe der Stromdichten j_0, j_r und j_t für die einlaufende, die reflektierte und die transmittierte Welle, Unterscheiden Sie die Fälle $E > V_0$ und $E < V_0$, hinsichtlich der Energie der einfallenden Welle $E = \frac{\hbar^2 k_0^2}{2m}$. Wie groß, ist die mittlere Eindringtiefe im Fall $E < V_0$?

04 Berechnen Sie Eigenwerte und Eigenfunktionen des eindimensionalen Hamilton-Operators für ein δ-Potential

$$V(x) = a\delta(x)$$

für $E > 0$. Beachten Sie dabei, dass das Potential nur Auswirkungen auf die Wellenfunktion bei $x = 0$ hat. Versuchen Sie daher, aus

$$\lim_{a\to -0}\lim_{b\to +0}\int_a^b \hat{H}\Psi(x)\mathrm{d}x = \lim_{a\to -0}\lim_{b\to +0}\int_a^b E\Psi(x)\mathrm{d}x = 0$$

die Anschlussbedingung für die Wellenfunktion bei $x = 0$ zu bestimmen.