PD Dr. Hans-Reinhard Berger
Raum 2/P311, ☎ 531-34639
✉ berger@physik.tu-chemnitz.de

Martin Puschmann
Raum 2/P314, ☎ 531-33238
✉ martin.puschmann@physik.tu-chemnitz.de

01 Bestimmen Sie Real-, Imaginärteil und den Betrag von

a) $\frac{1}{\mathrm{i}}$, b) i^{127} , c) $|(a+\mathrm{i}b)+(c+\mathrm{i}d)|$,

d) $(a+\mathrm{i}b)(c+\mathrm{i}d)$ und e) $\frac{a+\mathrm{i}b}{c+\mathrm{i}d}$.

02 Die Eulersche Formel lautet $\mathrm{e}^{\mathrm{i}x} = \cos x + \mathrm{i}\sin x$.

a) Zeigen Sie die Eulersche Formel durch Reihenentwicklung.

b) Zeigen Sie mit Hilfe der Eulerschen Formel den Satz von Moivre

$$(\cos x + \mathrm{i}\sin x)^n = \cos(nx) + \mathrm{i}\sin(nx) \quad .$$

03 Berechnen Sie für positive ganze Zahlen k und n

a) $\int_{-l}^{l} \sin\left(\pi n \frac{x}{l}\right) \sin\left(\pi k \frac{x}{l}\right) \mathrm{d}x$, b) $\int_{-l}^{l} \sin\left(\pi n \frac{x}{l}\right) \cos\left(\pi k \frac{x}{l}\right) \mathrm{d}x$ und

c) $\int_{-l}^{l} \cos\left(\pi n \frac{x}{l}\right) \cos\left(\pi k \frac{x}{l}\right) \mathrm{d}x$.

Welche Erkenntnis lässt sich aus diesen Ergebnissen ziehen?

04 Zeigen Sie, dass für die δ-Funktion folgende Beziehung gelten.

a) $f(x)\delta(x-x_0) = f(x_0)\delta(x-x_0)$ b) $\delta(x) = \delta(-x)$

c) $\delta(\alpha(x-x_0)) = \frac{1}{|\alpha|}\delta(x-x_0)$ d) $x\delta'(x) = -\delta(x)$

Hinweis: Dies ist eine Kurzschreibweise. Zum Nachweis der Eigenschaft ist ein entsprechendes Integration über die Terme notwendig.

05 Ein Lichtquant der Wellenlänge λ werde an einen Elektron der Masse m um den Winkel θ gestreut. Nach dem Stoß habe das Elektron den Impuls p. Leiten Sie die Gleichung für die relative Wellenlängenänderung $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ her. Berücksichtigen Sie dabei die relativistische Energie-Impuls-Beziehung $E = \sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2}$. c ist die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum.

06 Berechnen Sie das Wellenpaket

$$\psi(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}k\, e^{-\frac{(k-k_0)^2}{2(\Delta k)^2}}\, e^{\mathrm{i}\left(kx - \frac{\hbar k^2}{2m}t\right)}$$

und diskutieren Sie seine Eigenschaften. Wie verhält es sich im Verlauf der Zeit?

07 Aus einer Ag-Fläche, die durch Licht der Wellenlängen $\lambda = 150\,\mathrm{nm}$ bzw. $\lambda = 1.5\,\mathrm{pm}$ beleuchtet wird, werden Photoelektronen ausgelöst. Wie groß ist die Maximalgeschwindigkeit dieser Elektronen? Bei Ag setzt lichtelektrische Effekt bei $\lambda_0 = 260\,\mathrm{nm}$ ein.

08 Man berechne die aus der de-Broglie Beziehung folgende Wellenlänge für ein Elektron, das ein Spannungsabfall von 5 kV bzw. 500 kV durchlaufen hat.