Theoretische Physik II

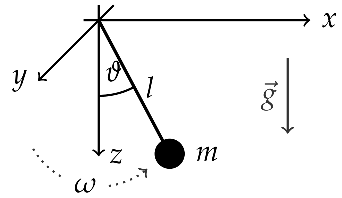
Mechanik, Quantenmechanik, Elektrodynamik, Thermodynamik und Statistische Physik

Blatt 08: Lagrange-Formalismus II & Possion-Klammern

PD Dr. Hans-Reinhard Berger
Raum 2/P311, ☎ 531-34639
✉ berger@physik.tu-chemnitz.de
Martin Puschmann
Raum 2/P314, ☎ 531-33238
✉ martin.puschmann@physik.tu-chemnitz.de

www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/de/lehre/TP2.php
2015/16

01 **HA** Betrachten Sie das skizzierte Modell eines mechanischen Fliehkraftreglers. Der Massepunkt m befindet sich in einem festem Abstand l vom Koordinatenursprung $(0,0,0)$. Der Massepunkt rotiert mit *konstanter* Winkelgeschwindigkeit ω um die z-Achse unabhängig von der Auslenkung ϑ. (Ignorieren Sie die Verletzung der Drehimpulserhaltung!)



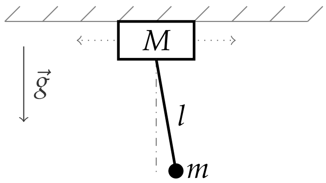
a) Zeigen Sie mit Hilfe von auf m wirkenden Kräften, dass es eine Gleichgewichtsbedingung gibt! Drücken Sie diese als Funktion $\vartheta(\omega)$ aus!

b) Geben Sie die Zwangsbedingungen an und charakterisieren Sie diese! Wählen Sie geeignete generalisierte Koordinaten!

c) Stellen Sie die Lagrange-Funktion auf und geben Sie die Lagrangeschen Bewegungsgleichungen an!

d) Ermitteln Sie die Gleichgewichtsbedingung $\vartheta(\omega)$ aus den Lagrangeschen Bewegungsgleichungen.

02 **HA** In einer zweidimensionalen Landschaft befindet sich der Aufhängepunkt eines Fadenpendels (Länge l, Masse m) an einem horizontal gleitendem Massenpunkt (Masse M). Betrachten Sie die Bewegung des Pendels und der Aufhängung im Erdschwerefeld (Erdbeschleunigung $\vec{g}$).



a) Wie viele Freiheitsgrade besitzt das System? Charakterisieren Sie die Zwangsbedingungen und geben Sie geeignete generalisierte Koordinaten an!

b) Stellen Sie die Lagrange-Funktion auf! Formulieren Sie die Lagrangesche(n) Bewegungsgleichung(en)!

c) Lösen Sie die Bewegungsgleichung(en) in der Näherung kleiner Auslenkungen des Pendels! Was erhalten Sie im Grenzfall $M \to \infty$?

03 **HA** Wir betrachten die Bewegung eines Massenpunktes der Masse m im kugelsymmetrischen Potential $V(r)$.

a) Zeigen Sie, dass für die Poisson-Klammer des *Runge-Lenz-Vektors*

$$\vec{\Lambda} = (\dot{\vec{r}} \times \vec{L}) + V(r)\vec{r}$$

mit der Hamilton-Funktion H gilt:

$$\left\{\vec{\Lambda}, H\right\} = \frac{\vec{p}}{m}\left(r\frac{\partial V}{\partial r} + V(r)\right) \quad ,$$

wobei $\vec{p}$ der Impuls und $\vec{L}$ der Drehimpuls des Massenpunktes ist.

Hinweis: Zeigen Sie zunächst, dass sich das Kreuzprodukt unter der Poisson-Klammer wie folgt verhält:

$$\left\{\vec{F} \times \vec{G}, f\right\} = \vec{F} \times \left\{\vec{G}, f\right\} + \left\{\vec{F}, f\right\} \times \vec{G}$$

b) In welchem Potential wird $\vec{\Lambda}$ zur Erhaltungsgröße?