Theoretische Physik II

Mechanik, Quantenmechanik, Elektrodynamik, Thermodynamik und Statistische Physik

Blatt 07: Lagrange-Formalismus

PD Dr. Hans-Reinhard Berger
Raum 2/P311, ☎ 531-34639
✉ berger@physik.tu-chemnitz.de
Martin Puschmann
Raum 2/P314, ☎ 531-33238
✉ martin.puschmann@physik.tu-chemnitz.de
www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/de/lehre/TP2.php

01 Eine Masse M ist an einer masselosen Feder mit der Federkonstante k befestigt. Auf die Masse wirken keine weiteren Kräfte.

a) Fertigen Sie eine Skizze an!

b) Wählen Sie -der Dimension des Problem entsprechende Anzahl- generalisierte Koordinaten.

c) Stellen Sie die Lagrange-Funktion auf.

d) Formulieren Sie die Lagrangeschen Bewegungsgleichungen und Lösen Sie dieses.

02 Ein Zylinder der Masse M ist an einer horizontalen, masselosen Feder mit der Federkonstante k befestigt. Er kann ohne zu gleiten auf einer waagerechten Fläche rollen.

a) Fertigen Sie eine Skizze an!

b) Lösen Sie das Problem durch Eliminierung der Zwangsbedingungen.

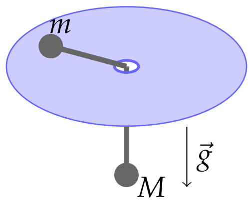
c) Wählen Sie zwei generalisierte Koordinaten (Die Auslenkung x und den Winkel φ). Formulieren Sie die Zwangsbedingungen so, dass weder φ noch x eliminiert wird.

d) Stellen Sie die Lagrange-Funktion auf.

e) Stellen Sie die Lagrangeschen Bewegungsgleichungen auf und bestimmen Sie die Zwangskräfte.

f) Lösen Sie die Bewegungsgleichungen mit Hilfe der Zwangskräfte.

03 Betrachten Sie die reibungsfreie Bewegung einer Punktmasse m auf einer horizontalen Ebene. Die mit ω rotierende Masse m ist durch einen masselosen Faden der Länge l mit einer Masse M verbunden. Der Faden wird durch ein kleines Loch auf der Ebene so geführt, dass sich die Masse M unter dem Einfluss der Schwerkraft nur entlang der z-Achse bewegen kann. Die Anfangsbedingung ist so gewählt, dass der Faden gespannt ist.



a) Wieviele Freiheitsgrade liegen bei dieser Anordnung vor? Geben Sie geeignete verallgemeinerte Koordinaten an!

b) Stellen Sie die Lagrange-Funktion auf.

c) Bestimmen Sie aus der Lagrange-Funktion die Hamilton-Funktion und formulieren Sie die kanonischen Bewegungsgleichungen.

d) Finden Sie Erhaltungsgrößen!

e) Zeigen Sie, dass das System einen stabilen Gleichgewichtspunkt besitzt. Wo liegt dieser? (effektives Potential und Kreisbahnradius)