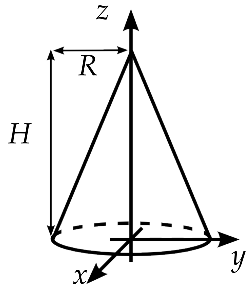
Theoretische Physik II

Mechanik, Quantenmechanik, Elektrodynamik, Thermodynamik und Statistische Physik

Blatt 06: Starrer Körper

PD Dr. Hans-Reinhard Berger
Raum 2/P311, ☎ 531-34639
✉ berger@physik.tu-chemnitz.de
Martin Puschmann
Raum 2/P314, ☎ 531-33238
✉ martin.puschmann@physik.tu-chemnitz.de
www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/de/lehre/TP2.php

01 **HA** Bestimmen Sie den Schwerpunkt und die Hauptträgheitsmomente eines homogenen Kreiskegels der Masse M mit Höhe H und Radius R bzgl. des in der Abbildung gegebenen körperfesten Koordinatensystems. Wie muss die Lage geändert werden, damit die Nichtdiagonalelemente des Trägheitstensors verschwinden?



02 **HA** Zeigen Sie, dass für einen homogenen Körper die Spur $\mathrm{Sp}\,\hat{J} = J_{11} + J_{22} + J_{33}$ des Trägheitstensors über das Volumenintegral

$$2\rho \int_V \vec{r}^{\,2} d^3r$$

bestimmbar ist.

03 **HA** Bestimmen Sie die Hauptträgheitsmomente eines homogenen Kreiszylinders mit Massendichte ρ, der Höhe H und dem Radius R (Koordinatensystem im Schwerpunkt, z-Achse ist Figurenachse). Sie können die folgende Identität verwenden

04 **HA** Berechnen Sie das Trägheitsmoment eines sehr langen dünnen Stabes, welcher symmetrisch um eine Querachse rotiert!

05 **HA** Sei $\hat{J}$ der Trägheitstensor eines Körpers mit

$$\hat{J} = \begin{pmatrix} A\cos^2\beta + D\sin^2\beta & E\sin\beta & (D-A)\sin\beta\cos\beta \\ E\sin\beta & D & E\cos\beta \\ (D-A)\sin\beta\cos\beta & E\cos\beta & A\sin^2\beta + D\cos^2\beta \end{pmatrix}$$

a) Berechnen Sie die Hauptträgheitsmomente von $\hat{J}$.

Hinweis: Berechnen Sie zunächst das charakteristische Polynom $P(\lambda)$ und zeigen Sie, dass A die charakteristische Gleichung $P(\lambda_1 = A) = 0$ erfüllt.

b) Berechnen Sie für den Fall $\beta = 0$ die Matrix M, die $\hat{J}$ diagonalisiert, also die Gleichung

$$M\hat{J}M^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}$$

erfüllt.