

- 01 Berechnen Sie Riemann-Christoffel-Tensor, Ricci-Tensor und Krümmungsskalar für ein zylindrisches und kugelförmiges Universum!
- 02 Leiten Sie den Ricci-Tensor durch Verjüngung aus dem Riemann-Christoffel-Tensor ab und zeigen Sie, dass dieser symmetrisch ist!
- 03 Berechnen Sie die explizite Gestalt des Riemannschen Krümmungstensor (rein kovarianter Riemann-Christoffel-Tensor)!
- a) Welche Symmetrieeigenschaften hat dieser Tensor?
- b) Zeigen Sie, dass die Bianchi-Identität

$$R_{iklm} + R_{imkl} + R_{ilmk} = 0$$

erfüllt ist!

- 04 Das effektive Potential des relativistischen Kepler-Problems hat die Form

$$2V_{\text{eff}} = \frac{l^2}{r^2} \left(1 - \frac{r_s}{r} \right) - \epsilon \frac{r_s}{r}.$$

- a) Diskutieren Sie das Potential (Nullstellen, Extrema,...)!
- b) Ab welchen kritischen Werten stürzt ein Teilchen ins Zentrum?
- 05 Leiten Sie aus der Geodätengleichung die Bewegungsgleichung eines relativistischen Teilchens im Rahmen der Schwarzschild-Metrik ab.