Relativitätstheorie

Spezielle und Allgemeine Relativitätstheorie

Blatt 06: Koordinatentransformation & Tensoren

PD Dr. Hans-Reinhard Berger
Raum 2/P311, ☎ 531-34639
✉ berger@physik.tu-chemnitz.de
Martin Puschmann
Raum 2/P314, ☎ 531-33238
✉ martin.puschmann@physik.tu-chemnitz.de
www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/de/lehre/RT.php

2016/17

01 Wie transformieren sich die Komponenten des Ortsvektors $\boldsymbol{r}$ bei Punktspiegelung des Koordinatensystems am Ursprung ?

02 Zeigen Sie, dass das Skalarprodukt invariant gegenüber orthogonalen Koordinatentransformationen ist!

03 Beweisen Sie, dass die Matrix der orthogonalen Transformation C kein Tensor zweiter Stufe ist.

04 Führen Sie eine formale orthogonale Transformation des Kreuzproduktes

$$\boldsymbol{v}' = v'_i \boldsymbol{e}'_i = \omega'_j \boldsymbol{e}'_j \times x'_k \boldsymbol{e}'_k$$

durch, indem Sie ω_i als polaren Vektor ansehen.

a) Erklären Sie, warum $\boldsymbol{v}'$ in diesem Fall kein Tensor ist.

b) Was erhalten Sie bei einer Spiegelung des Koordinatensystems?

c) Veranschaulichen Sie sich das Resultat mit Hilfe einer Skizze.

05 Zeigen Sie, dass der Levi-Civita-Tensor $\overset{3}{\boldsymbol{\varepsilon}} = \boldsymbol{e}_i \cdot (\boldsymbol{e}_j \times \boldsymbol{e}_k)$ ein Tensor dritter Stufe ist! Wie verhält er sich bei Spiegelung?

06 Zeigen Sie, dass für die Komponenten des Vektorproduktes $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ die Beziehung

$$c_i = \varepsilon_{ijk} a_j b_k$$

gilt und leiten Sie den Entwicklungssatz

$$\varepsilon_{kij}\varepsilon_{klm} = \delta_{il}\delta_{jm} - \delta_{im}\delta_{jl}$$

ab!

07 Gegeben sei das Produkt $\overset{3}{\boldsymbol{\varepsilon}} \cdot \boldsymbol{a} = \mathrm{B}$

a) Zeigen Sie, dass der Tensor B antisymmetrisch ist.

b) Wie kann man mit Hilfe dieser Beziehung ein Vektorprodukt darstellen?

c) Stellen Sie die Gleichung nach $\boldsymbol{a}$ um.