

Theoretische Physik I

Mathematische Grundlagen

http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/de/lehre/MM2_SS15.php

Dr. P. Cain
cain@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/P310, Telefon 531-33144

F. Teichert
fabian.teichert@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/W449, Telefon 531-32314

Übung 22 (08.07.2015)

– Vektoranalysis –

22/1 Berechnen Sie folgenden Ausdrücke mit $\vec{a} = \text{const.}$ und $\vec{r} = (x, y, z)$.

- | | |
|---|--|
| a) $\text{div } \vec{r}$ | b) $\text{div } \vec{r}^3$ |
| c) $\text{div} [\vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{r})]$ | d) $\text{div} (x^2 e^{xy} \vec{e}_x + \vec{e}_y + xyz \vec{e}_z)$ |
| e) $\text{rot} (\vec{a} \times \vec{r})$ | f) $\text{rot} [\vec{r} (\vec{a} \cdot \vec{r})]$ |
| g) $\text{rot } \frac{\vec{r}}{r^3}$ | |

22/2 Zeigen Sie die Gültigkeit der folgenden Beziehungen:

- a) $\text{div rot } \vec{A} = 0$
- b) $\text{rot} (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{A} \text{ div } \vec{B} - \vec{B} \text{ div } \vec{A} + (\vec{B} \cdot \text{grad}) \vec{A} - (\vec{A} \cdot \text{grad}) \vec{B}$

22/3 Berechnen Sie den Fluss Φ des Feldes $\vec{F}$ durch die gegebenen Oberflächen.
(Hinweis: Integralsatz von Gauß)

- a) $\vec{F}(\vec{r}) = \vec{r}$ Zylinder der Höhe h und Durchmesser d
- b) $\vec{F}(x, y, z) = \alpha x \vec{e}_x$ Würfel der Kantenlänge a

22/4 Gegeben sind die Vektorfelder

$$\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} yz \\ xz \\ xy \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{F}_2 = \begin{pmatrix} az \\ bx \\ cy \end{pmatrix}.$$

($a, b, c = \text{const.}$)

Bilden Sie für die skizzierte Fläche A jeweils das Umlaufintegral $\oint_{\partial A} \vec{F} \cdot d\vec{r}$ für den Umlauf I-II-III-I.

- a) direkt
- b) mit Hilfe des Integralsatzes von Stokes

