

Theoretische Physik I

Mathematische Grundlagen

http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/de/lehre/MM2_SS15.php

Dr. P. Cain
cain@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/P310, Telefon 531-33144

F. Teichert
fabian.teichert@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/W449, Telefon 531-32314

Übung 21 (01.07.2015)

– Arbeit & konservative Kraft –

- 21/1 Ein Teilchen wird in einem Kraftfeld $\vec{F}(\vec{r})$ entlang der Kurve $\vec{r}(t)$ von A nach B bewegt. Berechnen Sie die benötigte Arbeit. Wählen Sie einen beliebigen Rückweg $B \rightarrow A$ und untersuchen Sie, ob das Umlaufintegral $A \rightarrow B \rightarrow A$ verschwindet.

a) $\vec{r} = \begin{pmatrix} a \cos t \\ a \sin t \\ ct \end{pmatrix} \quad \vec{F} = \begin{pmatrix} 2z^2 - y^2 \\ x^2 - z^2 \\ y^2 - 2x^2 \end{pmatrix} \quad 0 \leq t \leq 2\pi$

b) $\vec{r} = r_0 \cos(\omega t) \vec{e}_r \quad \vec{F} = \frac{\alpha}{r+1} \vec{e}_r \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2\omega}$

- 21/2 Berechnen Sie die benötigte Arbeit um ein Teilchen durch das Kraftfeld $\vec{F}(\vec{r}) = (-y, x, e^z)$ entlang der gegebenen Wege $\vec{r}(t)$ von $(0,0,0)$ nach $(1,1,1)$ zu verschieben.

a) $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} t \\ t \\ t \end{pmatrix}$ b) $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} t \\ \sqrt{t} \\ t^2 \end{pmatrix}$ c) $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} \sqrt{2}t \cos\left(\frac{9\pi}{4}t\right) \\ \sqrt{2}t \sin\left(\frac{9\pi}{4}t\right) \\ \frac{\ln(t+1)}{\ln 2} \end{pmatrix}$

- 21/3 Ein Teilchen wird entlang der Bahn $\vec{r} = r(\varphi) \vec{e}_r$ durch das Kraftfeld $\vec{F}(\vec{r})$ bewegt.

$$\vec{F} = -r \vec{e}_\varphi \quad , \quad r(\varphi) = r_0(1 + \cos \varphi) \quad , \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

- a) Skizzieren Sie die Bahnkurve.
b) Berechnen Sie die Bogenlänge s für einen Umlauf.
c) Bestimmen Sie die benötigte Arbeit für einen Umlauf gegen den Uhrzeigersinn.
- 21/4 Untersuchen Sie ob die folgenden Kräfte $\vec{F}(\vec{r})$ konservativ sind. Geben Sie gegebenenfalls das Potential $V(\vec{r})$ an.

a) $\vec{F} = \begin{pmatrix} xyz \\ z^2 \\ 2yz + x \end{pmatrix}$ b) $\vec{F} = \begin{pmatrix} \frac{1}{x} \\ \frac{z}{\sqrt{y}} \\ 2\sqrt{y} + e^z \end{pmatrix}$

c) $\vec{F} = \begin{pmatrix} e^{-y^2} \sin z \\ -2yxe^{-y^2} \sin z \\ xe^{-y^2} \cos z \end{pmatrix}$ d) $\vec{F} = \begin{pmatrix} xyz \\ \sin z \cos y \\ \sin y \cos z \end{pmatrix}$