

Theoretische Physik I

Mathematische Grundlagen

http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/de/lehre/MM2_SS15.php

Dr. P. Cain
cain@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/P310, Telefon 531-33144

F. Teichert
fabian.teichert@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/W449, Telefon 531-32314

Übung 17 (27.05.2015)

– Raumkurven –

- 17/1 Bestimmen Sie für die in kartesischen Koordinaten gegebenen, zeitabhängigen Ortsvektoren $\vec{r}(t)$ die Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$ und die Beschleunigung $\vec{a}(t)$ sowie deren Beträge zum Zeitpunkt t_1 . Fertigen Sie eine Skizze an.

a) $\vec{r} = \begin{pmatrix} t^3 + 2t \\ -3e^{-t} \\ t \end{pmatrix} \quad t_1 = 0$ b) $\vec{r} = \begin{pmatrix} t \sin \omega t \\ \cos \omega t \\ \tan \omega t \end{pmatrix} \quad t_1 = \frac{\pi}{\omega}$

c) $\vec{r} = \begin{pmatrix} \alpha \ln t \\ t(\ln t - 1) \\ \alpha e^{1-t} \end{pmatrix} \quad t_1 = 1$

- 17/2 Zeigen Sie, dass die differentiellen Vektoren in den jeweiligen Koordinatensystemen gegeben sind durch

a) Zylinderkoordinaten $d\vec{r} = \vec{e}_\rho d\rho + \vec{e}_\varphi \rho d\varphi + \vec{e}_z dz$
b) Kugelkoordinaten $d\vec{r} = \vec{e}_r dr + \vec{e}_\vartheta r d\vartheta + \vec{e}_\varphi r \sin \vartheta d\varphi$
c) Fertigen Sie eine Skizze an.

- 17/3 Der Ortsvektor $\vec{r}$ eines Punktes sei in Kugelkoordinaten gegeben durch

$$\vec{r} = r \cdot \vec{e}_r = r \begin{pmatrix} \sin \vartheta \cos \varphi \\ \sin \vartheta \sin \varphi \\ \cos \vartheta \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Geschwindigkeit $\vec{v}(r, \vartheta, \varphi)$ und die Beschleunigung $\vec{a}(r, \vartheta, \varphi)$ in Kugelkoordinaten.

- 17/4 Ein Massenpunkt bewegt sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω auf einer Ellipse mit den Halbachsen a und b .

- a) Parametrisieren Sie die Bewegungskurve.
b) Berechnen Sie Geschwindigkeit und Beschleunigung in Abhängigkeit von der Zeit.
c) Welches Verhältnis müssen die Halbachsen a und b zueinander haben, damit die Geschwindigkeit am Nebenscheitel doppelt so groß ist wie am Hauptscheitel.
d) Von welcher Art ist die Beschleunigung?