

Theoretische Physik I

Mathematische Grundlagen

http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/de/lehre/MM2_SS15.php

Dr. P. Cain
cain@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/P310, Telefon 531-33144

F. Teichert
fabian.teichert@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/W449, Telefon 531-32314

Übung 16 (20.05.2015)

– Koordinatentransformation & Einheitsvektoren –

16/1 Gegeben sind die folgenden Koordinatentransformationen. Fertigen Sie eine Skizze an. Wie müssen die Definitionsbereiche der Koordinaten gewählt werden, damit die Transformationen bijektiv sind? Bestimmen Sie die Funktionalmatrix und die Funktionaldeterminante.

a) Toruskoordinaten (R, ϑ, φ)

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (A + R \sin \vartheta) \cos \varphi \\ (A + R \sin \vartheta) \sin \varphi \\ R \cos \vartheta \end{pmatrix}$$

b) Parabolische Koordinaten (u, v, φ)

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} uv \cos \varphi \\ uv \sin \varphi \\ \frac{1}{2}(u^2 - v^2) \end{pmatrix}$$

c) Elliptische Koordinaten (u, ϑ, φ)

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A \cosh u \cos \vartheta \\ A \sinh u \sin \vartheta \cos \varphi \\ A \sinh u \sin \vartheta \sin \varphi \end{pmatrix}$$

16/2 Bestimmen Sie die Einheitsvektoren $\vec{e}_i$ der folgenden Koordinatensysteme. Zeigen Sie, dass die Einheitsvektoren eine orthogonale Basis bilden. Fertigen Sie eine Skizze an, in der Sie die Einheitsvektoren an drei selbst gewählten Punkten einzeichnen.

a) Zylinderkoordinaten

b) Kugelkoordinaten

c) Toruskoordinaten

d) Parabolische Koordinaten

e) Elliptische Koordinaten