

Theoretische Physik I

Mathematische Grundlagen

http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/de/lehre/MM2_SS15.php

Dr. P. Cain
cain@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/P310, Telefon 531-33144

F. Teichert
fabian.teichert@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/W449, Telefon 531-32314

Übung 11 (08.04.2014)

– Wiederholung 1. Semester –

11/1 Berechnen Sie die erste Ableitung $y' = \frac{dy}{dx}$.

a) $y = (x^2 + a)^3 \left(\frac{b}{x} + c \right)$

b) $y = \frac{x^2 - 1}{(x + 2)^2}$

c) $y = \frac{\tan x - x}{\cos^2 x}$

d) $y = \sin(x^2 - 4) \cos(x + 2)$

e) $y = \cosh x$

f) $y = e^{\sin x + \ln(2x^2)}$

g) $y = \ln \left(\frac{x + 1}{(x - 5)^2} \right)$

h) $y = \log_{10} x$

i) $y = \frac{\sin x \cos x + \ln x}{\sqrt{x} + e^{x^2}}$

11/2 Führen Sie für die Funktion $f(x)$ eine Kurvendiskussion durch. Bestimmen Sie Nullstellen, Extrem- und Wendepunkte, Asymptoten und Symmetrien. Gegen welche Funktionen strebt $f(x)$ für $x \rightarrow \pm\infty$? Fertigen Sie eine Skizze an.

$$f(x) = \frac{x^3 - 1}{x + 1}$$

11/3 Bestimmen Sie für folgende Funktionen $f(x)$ eine Stammfunktion. Überprüfen Sie durch Ableiten die Richtigkeit Ihres Ergebnisses.

a) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x - 2}}$

b) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{(x + 1)(x - 2)}$

c) $f(x) = x \sin x$

d) $f(x) = x^2 e^{-x}$

e) $f(x) = \frac{1 + \tan^2 x}{\tan x}$

f) $f(x) = \cos x \cdot \ln(\sin x)$

11/4 Entwickeln Sie die Funktion $f(x)$ an den Stellen $x_1 = \frac{\pi}{2}$ und $x_2 = \pi$ in eine Taylorreihe bis zur 3. Ordnung.

$$f(x) = \frac{\sin x}{x}$$

11/5 Geben Sie für folgende komplexe Zahlen Real- und Imaginärteil sowie Betrag und Argument an. Bestimmen Sie z^n .

a) $z = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$ $n = 3$

b) $z = 4e^{\frac{7\pi}{6}i}$ $n = 2$

c) $z = 1$ $n = \frac{1}{5}$

d) $z = 3e^{-\frac{2\pi}{3}i}$ $n = \frac{3}{2}$

e) $z = 1 + \sqrt{3}i$ $n = \frac{3}{2}$

f) $z = e^{\frac{3\pi}{4}i}$ $n = \frac{2}{3}$

11/6 Charakterisieren und lösen Sie folgende Differentialgleichungen.
Überprüfen Sie durch Einsetzen die Richtigkeit Ihrer Lösungen.

a) $y' = \frac{\ln x}{e^y}$

b) $y' = \frac{e^y + 1}{e^y}$

c) $y' \cdot \cos x + y \sin x = \cos^2 x$

d) $-\frac{1}{2}y'' + 3y' - \frac{9}{2}y = 0$

e) $y'' + 8y' + 7y = e^x$

11/7 Entwickeln Sie die periodischen Funktionen $f(x)$ in eine Fourierreihe.

a) $f(x) = \frac{1}{2}x$ für $0 \leq x \leq 2\pi$

b) $f(x) = -\frac{x^2}{2} - 1$ für $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$