Theoretische Physik I
Mathematische Grundlagen

http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/de/lehre/MM1_WS1415.php

Dr. P. Cain
cain@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/P310, Telefon 531-33144

F. Teichert
fabian.teichert@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/W449, Telefon 531-32314

Übung 2 (29.10.2014)

– Ableitung von Umkehrfunktionen & Taylorreihen –

2/1 Bestimmen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion $g(x) = f^{-1}(x)$ von folgenden Funktionen $f(x)$.

a) $f(x) = x^2$ $\quad f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$

b) $f(x) = \sin x$ $\quad f : (-\pi/2, \pi/2) \to [-1, 1]$

c) $f(x) = \mathrm{e}^x$ $\quad f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$

d) $f(x) = \cos x$ $\quad f : [0, \pi] \to [-1, 1]$

e) $f(x) = \tan x$ $\quad f : (-\pi/2, \pi/2) \to \mathbb{R}$

2/2 Bestimmen Sie die Taylorreihen für die gegebenen Funktionen $f(x)$ an der Stelle $x_0 = 0$.

a) $f(x) = \sin x$ b) $f(x) = \sin(x^2)$ c) $f(x) = 2x\cos(x^2)$

d) $f(x) = \dfrac{1}{1-x}$ e) $f(x) = \ln(1-x)$ f) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x}}$

g) $f(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$ h) $f(x) = \ln\left(\dfrac{1-x}{1+x}\right)$ i) $f(x) = \cosh x = \dfrac{\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}}{2}$

2/3 Entwickeln Sie folgende Funktionen an der Stelle x_0 in eine Taylorreihe bis zum 5. Glied.

a) $f(x) = \sqrt{x}$ $\quad x_0 = 1$ b) $f(x) = \mathrm{e}^x$ $\quad x_0 = 2$

c) $f(x) = \ln x$ $\quad x_0 = 1$ d) $f(x) = \sin x$ $\quad x_0 = \pi$

e) $f(x) = \ln\left(\dfrac{2+x}{-x}\right)$ $\quad x_0 = -1$ f) $f(x) = f(x) = \mathrm{e}^x \sin x$ $\quad x_0 = \dfrac{\pi}{2}$

g) $f(x) = \tan x$ $\quad x_0 = 0$

2/4 Nutzen Sie die Reihenentwicklung zum Bestimmen folgender Grenzwerte.

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{x}$ b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\frac{1}{2}x^2 + \cos x - 1}{x^4}$ c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\mathrm{e}^x - 1}{x}$