

Theoretische Physik I

Mathematische Grundlagen

[http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/
lehre/MM2_SS14.php](http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/lehre/MM2_SS14.php)

Dr. P. Cain
cain@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/P310, Telefon 531-33144

F. Günther
florian.guenther@s2008.tu-
chemnitz.de

Übung 21 (09.07.2014)

–Vektoranalysis –

21 /1 Berechnen Sie folgenden Ausdrücke mit $\vec{a} = \text{konstant}$ und $\vec{r} = (x, y, z)$.

- a) $\operatorname{div} \vec{r}$
- b) $\operatorname{div} \vec{r}^3$
- c) $\operatorname{div} (\vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{r}))$
- d) $\operatorname{div} (x^2 e^{xy} \vec{e}_x + \vec{e}_y + xyz \vec{e}_z)$
- e) $\operatorname{rot} \vec{a} \times \vec{r}$
- f) $\operatorname{rot} \vec{r}(\vec{a} \cdot \vec{r})$
- g) $\operatorname{rot} \frac{\vec{r}}{r^3}$

21 /2 Zeigen Sie die Gültigkeit der folgenden Beziehungen:

- a) $\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{A}(\vec{r}) = 0$
- b) $\operatorname{rot}(\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{A} \operatorname{div} \vec{B} - \vec{B} \operatorname{div} \vec{A} + \vec{A} \operatorname{grad} \vec{B} - \vec{B} \operatorname{grad} \vec{A}$

21 /3 Berechnen Sie den Fluss Φ des Feldes \vec{F} durch die gegebenen Oberflächen
(Hinweis: Satz von Gauss):

- a) $\vec{F}(\vec{r}) = \vec{r}$, Zylinder der Höhe h und Durchmesser d
- b) $\vec{F}(x, y, z) = \alpha x \vec{e}_x$, Würfel der Kantenlänge a

21 /4 Gegeben sind die Vektorfelder $\vec{W}_1 = (yz, xz, xy)$ und $\vec{W}_2 = (az, bx, cy)$
($a, b, c = \text{const.}$)

Bilden Sie für die skizzierte Fläche A jeweils das Umlaufintegral $\oint_{\partial A} \vec{W} d\vec{r}$ für
den Umlauf I-II-III-I:

- a) direkt
- b) mit Hilfe des Satzes von Stokes.

