

Theoretische Physik I

Mathematische Grundlagen

[http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/
lehre/MM2_SS14.php](http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/lehre/MM2_SS14.php)

Dr. P. Cain
cain@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/P310, Telefon 531-33144

F. Günther
florian.guenther@s2008.tu-
chemnitz.de

Übung 15 (21.05.2014)

–Koordinatentransformationen –

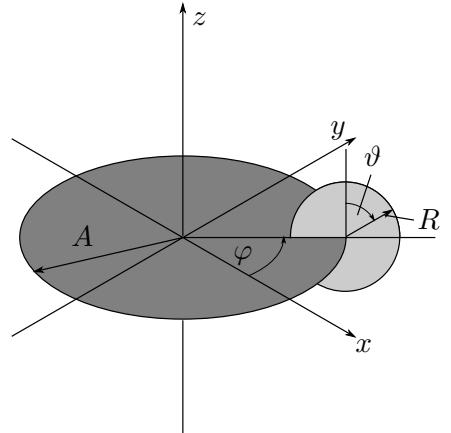
- 15 /1 Ein Toruskoordinatensystem $q = (R, \vartheta, \varphi)$ sei gegeben durch die Transformation in ein kartesisches Koordinatensystem $\hat{q} = (x, y, z)$

$$\text{I : } x = (A + R \cdot \sin \vartheta) \cdot \cos \varphi$$

$$\text{II : } y = (A + R \cdot \sin \vartheta) \cdot \sin \varphi$$

$$\text{III : } z = R \cdot \cos \vartheta$$

- a) Wie müssen die Definitionsbereiche der Koordinaten gewählt werden, damit die Transformation bijektiv ist?
- b) Bestimmen Sie die Funktionalmatrix und die Funktionaldeterminante.
- c) Wie lauten die Einheitsvektoren \vec{e}_i des Toruskoordinatensystems?
- d) Zeigen Sie, dass die Basis, die durch die Einheitsvektoren gebildet wird, orthogonal ist.
- e) Fertigen Sie eine Skizze an, in der Sie die Einheitsvektoren an drei selbst gewählten Punkten einzeichnen.



- 15 /2 Bestimmen Sie für die in kartesischen Koordinaten gegebenen, zeitabhängigen Ortsvektoren $\vec{r}(t)$ die Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$ und die Beschleunigung $\vec{a}(t)$, sowie deren Beträge, zu den gegebenen Zeitpunkten t_1 und t_2 . Fertigen Sie eine Skizze an.

- a) $\vec{r} = (t^3 + 2t, -3e^{-t}, t) \quad t_1 = 0 \quad t_2 = 1$
- b) $\vec{r} = (t \sin \omega t, \cos \omega t, \tan \omega t) \quad t_1 = \frac{\pi}{2\omega} \quad t_2 = \frac{\pi}{\omega}$
- c) $\vec{r} = (\alpha \ln t, t(\ln t - 1), \alpha e^{1-t}) \quad t_1 = 1 \quad t_2 = 2$