

Theoretische Physik I

Mathematische Grundlagen

http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/lehre/MM2_SS14.php

Dr. P. Cain
cain@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/P310, Telefon 531-33144

F. Günther
florian.guenther@s2008.tu-chemnitz.de

Übung 12 (30.04.2014)

–Rechnen mit Matrizen–

12 /1 Führen Sie die angegebene Matrix-Vektor-Multiplikation durch.

$$\begin{array}{llll}
 \text{a)} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} & \text{b)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} & \text{c)} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} & \text{d)} \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 \text{e)} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} & \text{f)} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} & \text{g)} \begin{pmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & -a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix}
 \end{array}$$

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis aus g) mit dem Kreuzprodukt $\vec{a} \times \vec{b}$.

12 /2 Bestimmen Sie die Determinanten der gegebenen Matrizen.

$$\begin{array}{llll}
 \text{a)} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} & \text{b)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} & \text{c)} \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} & \text{d)} \begin{pmatrix} -4 & 6 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \\
 \text{e)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \text{f)} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} & & \text{g)} \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

12 /3 Zeigen Sie für 3×3 -Matrizen die Gültigkeit der folgenden Rechenregeln für Determinanten.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} a_{11} + b_1 & a_{12} + b_2 & a_{13} + b_3 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{b)} \det(\alpha A) = \alpha^3 \det A \\
 \text{c)} \det A = \det A^T
 \end{array}$$

12 /4 Schreiben Sie die folgenden Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise und bestimmen Sie die Lösung mit Hilfe der Cramerschen Regel.

$$\begin{array}{llll}
 \text{a)} \begin{array}{rcl} 2x - y & = & 1 \\ x + y & = & 2 \end{array} & \text{b)} \begin{array}{rcl} 3x + 2y & = & 1 \\ y - 3x & = & -7 \end{array} & \text{c)} \begin{array}{rcl} 2x + y & = & -9 \\ x + 2y & = & 3 \end{array} \\
 \text{d)} \begin{array}{rcl} x + y + z & = & 0 \\ 2x - z & = & -3 \\ -x + 2y - 3z & = & -2 \end{array} & & \text{e)} \begin{array}{rcl} x - y - z & = & 1 \\ -2x + 2z + y & = & 2 \\ -6z + 6x - 4y & = & 3 \end{array}
 \end{array}$$