Theoretische Physik I
Mathematische Grundlagen

http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/lehre/MM2_SS14.php

Dr. P. Cain
cain@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/P310, Telefon 531-33144
F. Günther
florian.guenther@s2008.tu-chemnitz.de

Übung 10 (16.04.2014)

–Wiederholung 1. Semester–

10 /1 Berechnen Sie die erste Ableitung $y' = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ für:

a) $y = \left(x^2 + a\right)^3 \left(\frac{b}{x} + c\right)$ b) $y = \frac{x^2 - 1}{(x+2)^2}$

c) $y = \frac{\tan x - x}{\cos^2 x}$ d) $y = \sin\left(x^2 - 4\right) \cdot \cos(x+2)$

e) $y = \cosh x$ f) $y = \mathrm{e}^{\sin x + \ln(2x^2)}$

g) $y = \ln\left(\frac{x+1}{(x-5)^2}\right)$ h) $y = \log_{10} x$

i) $y = \frac{\sin x \cdot \cos x + \ln x}{\sqrt{x} + \mathrm{e}^{x^2}}$

10 /2 Führen Sie für die Funktion $f(x)$ eine Kurvendiskussion durch.
Bestimmen Sie Extrem- und Wendepunkte sowie Symmetrien. Gegen welche Funktionen strebt $f(x)$ für $x \to \pm\infty$?
Fertigen Sie eine Skizze an.

$$f(x) = \frac{x^3 - 1}{x + 1}$$

10 /3 Bestimmen Sie für folgende Funktionen $f(x)$ eine Stammfunktion.
Überprüfen Sie durch Ableiten die Richtigkeit Ihres Ergebnisses.

a) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x-2}}$ b) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{(x+1)(x-2)}$

c) $f(x) = x \cdot \sin x$ d) $f(x) = x^2 \mathrm{e}^{-x}$

e) $f(x) = \frac{1 + \tan^2 x}{\tan x}$ f) $f(x) = \cos x \cdot \ln(\sin x)$

10 /4 Entwickeln Sie die Funktion $f(x)$ an den Stellen $x_1 = \pi/2$ und $x_2 = \pi$ in eine Taylorreihe bis zum 3.Glied.

$$f(x) = \frac{\sin x}{x}$$

10 /5 Geben Sie für die gegebenen komplexen Zahlen Real- und Imaginärteil bzw. Betrag und Argument an und bestimmen Sie z^n.

a)	$z = \sqrt{2} - \sqrt{2}\mathrm{i}$	$n = 3$	b)	$z = 4\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{7\pi}{6}}$	$n = 2$
c)	$z = 1$	$n = 1/5$	d)	$z = 3\mathrm{e}^{-i\frac{2\pi}{3}}$	$n = 3/2$
e)	$z = 1 + \sqrt{3}\mathrm{i}$	$n = 3/2$	f)	$z = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{3\pi}{4}}$	$n = 2/3$

10 /6 Charakterisieren und lösen Sie folgende Differentialgleichungen. Überprüfen Sie durch Einsetzten die Richtigkeit Ihrer Lösungen.

a) $y' = \dfrac{\ln x}{\mathrm{e}^y}$

b) $y' = \dfrac{\mathrm{e}^y + 1}{\mathrm{e}^y}$

c) $y' \cdot \cos x + y \sin x = \cos^2 x$

d) $-\dfrac{1}{2}y'' + 3y' - \dfrac{9}{2}y = 0$

e) $y'' + 8y' + 7y = \mathrm{e}^x$

10 /7 Entwickeln Sie die periodischen Funktionen $f(x)$ in eine Fourierreihe.

a) $f(x) = \dfrac{1}{2}x,$ für $0 \leq x \leq 2\pi$

b) $f(x) = -\dfrac{x^2}{2} - 1,$ für $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$