

Theoretische Physik I

Mathematische Grundlagen

http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/de/lehre/MM1_WS1314.php

Dr. P. Cain

cain@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/P310, Telefon 531-33144

F. Günther

florian.guenther@s2008.tu-chemnitz.de
Raum 2/P312, Telefon 531-32334

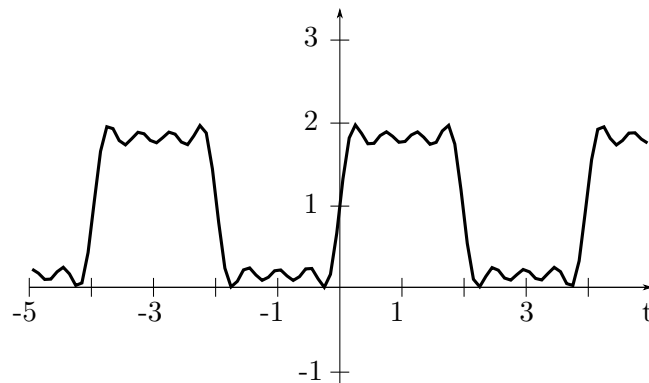
Übung 6(16.01.2012)

–Fourierreihen–

6/1 Zeigen Sie die Gültigkeit folgender Aussagen für $n, m \in \mathbb{N}$

$$\text{a) } \int_{-\pi}^{\pi} \cos nx \cdot \sin mx \, dx = 0 \quad \text{b) } \int_{-\pi}^{\pi} \sin nx \cdot \sin mx \, dx = \pi \cdot \delta_{n,m} = \begin{cases} 0, & n \neq m \\ \pi, & n = m \end{cases}$$

6/2 Gegeben ist das Schaubild einer periodischen Funktion, die zum Punkt $P(0; 1)$ antisymmetrisch ist. Begründen Sie, warum keine der gegebenen Fourierreihen zur dargestellten Funktion gehören kann.



$$\begin{aligned} \text{a) } f_1(t) &= 1 - \frac{1}{\pi} \left(\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) - \frac{1}{2} \sin(\pi t) + \frac{1}{3} \sin\left(\frac{3\pi}{2}t\right) \mp \dots \right) \\ &\quad + \frac{1}{\pi^2} \left(\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) - \frac{1}{4} \cos(\pi t) + \frac{1}{9} \cos\left(\frac{3\pi}{2}t\right) \mp \dots \right) \\ \text{b) } f_2(t) &= \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{\pi} \left(\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) + \frac{1}{9} \sin\left(\frac{3\pi}{2}t\right) + \frac{1}{25} \sin\left(\frac{5\pi}{2}t\right) + \dots \right) \\ \text{c) } f_3(t) &= 1 - \frac{\sqrt{3}}{\pi} \left(\sin\left(\frac{\pi}{4}t\right) - \frac{1}{4} \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) + \frac{1}{9} \sin\left(\frac{3\pi}{4}t\right) \mp \dots \right) \end{aligned}$$

6/3 Entwickeln Sie die folgenden Funktionen in eine Fourierreihe.

a) $y(x) = x^2$ für $-\pi \leq x \leq \pi$

b) $y(x) = x$ für $-\pi \leq x \leq \pi$

c) $y(x) = \begin{cases} \pi + x, & -\pi \leq x \leq 0 \\ \pi - x, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$

6/4 Bestimmen Sie die Fourierreihe von $y(x)$ mithilfe der komplexen Fourierreihenentwicklung.

$$y(x) = x \quad \text{für} \quad -\pi \leq x \leq \pi$$