

Theoretische Physik I

Mathematische Grundlagen

[http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/
de/lehre/MM1_WS1314.php](http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/de/lehre/MM1_WS1314.php)

Dr. P. Cain

cain@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/P310, Telefon 531-33144

F. Günther

florian.guenther@s2008.tu-
chemnitz.de
Raum 2/P312, Telefon 531-32334

Übung 5(09.01.2014)

–Komplexe Zahlen–

5/1 Bestimmen Sie jeweils den Realteil $\operatorname{Re} z$, den Imaginärteil $\operatorname{Im} z$, den Betrag $|z|$ und das Argument $\arg z$ der folgenden komplexen Zahlen z_i . Stellen Sie die Zahlen in der komplexen Zahlenebene dar.

- a) $z_1 = 1 + i$
- b) $z_2 = -\sqrt{3} + i$
- c) $z_3 = -4i$
- d) $z_4 = 2(\cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6})$
- e) $z_5 = \sqrt{2}e^{i\pi/4}$
- f) $z_6 = 2e^{i4\pi/3}$

5/2 Berechnen Sie jeweils Summe $z_1 + z_2$, Differenz $z_1 - z_2$, Produkt $z_1 \cdot z_2$ und Quotient z_1/z_2 .

- a) $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ $z_2 = 1 - i$ b) $z_1 = \cos t + i \sin t$ $z_2 = i$
- c) $z_1 = 1 + 2i$ $z_2 = 3 - 4i$ d) $z_1 = 2 + 3i$ $z_2 = 2 - 3i$

5/3 Zeigen Sie die Gültigkeit folgenden Aussagen

- a) $(z_1 - z_2)^* = z_1^* - z_2^*$
- b) $(z_1 \cdot z_2)^* = z_1^* \cdot z_2^*$
- c) $(z_1/z_2)^* = z_1^*/z_2^*$

5/4 Bestimmen Sie den Real- und Imaginärteil von z .

- a) $z = \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^6$
- b) $z = \frac{\frac{5}{2} + \frac{i}{2}}{2 + \frac{1}{1-i}}$
- c) $z = \left(\sqrt{3} + i\right)^{-2}$
- d) $z = \sqrt{-4i}$
- e) $z^8 = 256 (\cos 80^\circ + i \sin 80^\circ)$
- f) $z = \sqrt[7]{i}$

5/5 Betrachten Sie die eulersche und trigonometrische Darstellung der komplexen Zahlen.

a) Verdeutlichen Sie die folgenden Zusammenhänge

$$\bullet \cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$$

$$\bullet \sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

b) Verwenden Sie die Beziehungen und zeigen Sie:

$$(1): (\sin x)' = \cos x$$

$$(2): (\cos x)' = -\sin x$$

$$(3): \cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$(4): \sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$(5): \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$(6): \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$(7): \sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)$$