Theoretische Physik I Mathematische Grundlagen

http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/ lehre/MM2_SS13.php Dr. P. Cain

 $\label{eq:cain-physik-tu-chemnitz} \begin{aligned} &\text{cain@physik.tu-chemnitz.de} \\ &\text{Raum 2/P310, Telefon 531-33144} \end{aligned}$

F. Günther

florian.guenther@s2008.tu-chemnitz.de Raum 2/P312, Telefon 531-32334

$\ddot{U}bung~23~{\scriptstyle (04.07.2013)}$

-Kurvenintegrale, Arbeit & Potential -

23 /1 Ein Teilchen wird entlang der Bahn $\vec{r}=r(\varphi)\vec{e}_r$ durch das Kraftfeld $\vec{F}(\vec{r})$ bewegt.

$$\vec{F} = -r\vec{e}_{\varphi}, \qquad r(\varphi) = r_0(1 + \cos\varphi), \quad 0 \le \varphi \le 2\pi$$

- a) Skizzieren Sie die Bahnkurve.
- b) Berechnen Sie die Bogenlänge s für einen Umlauf.
- c) Bestimmen Sie die benötigte Arbeit für einen Umlauf gegen den Uhrzeigersinn.
- 23 /2 Untersuchen Sie ob die folgenden Kräfte $\vec{F}(\vec{r})$ konservativ sind. Geben Sie gegebenenfalls das Potential $V(\vec{r})$ an.

a)
$$\vec{F} = (xyz, z^2, 2yz + x)$$

b)
$$\vec{F} = (1/x, z/\sqrt{y}, 2\sqrt{y} + e^z)$$

c)
$$\vec{F} = (e^{-y^2} \sin z, -2yxe^{-y^2} \sin z, xe^{-y^2} \cos z)$$

d)
$$\vec{F} = (xyz, \sin z \cos y, \sin y \cos z)$$

23 /3 Welche Form haben die Niveauflächen der angegebenen skalaren Felder $V(\vec{r})$ mit $\vec{r} = (x, y, z)$. Bestimmen Sie die zugehörigen Gradientenfelder.

a)
$$V(\vec{r}) = (x - 2y + 3z)^2$$

b)
$$V(\vec{r}) = \arccos\left(\frac{x+y}{\sqrt{2}\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right)$$

c)
$$V(\vec{r}) = A e^{-ax^2} e^{-by^2} e^{-cz^2}$$

d)
$$V(\vec{r}) = \ln\left(\frac{|z|}{x^2 + y^2 + z^2}\right)$$