

Theoretische Physik I

Mathematische Grundlagen

http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/lehre/MM2_SS13.php

Dr. P. Cain

cain@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/P310, Telefon 531-33144

F. Günther

florian.guenther@s2008.tu-chemnitz.de
Raum 2/P312, Telefon 531-32334

Übung 22 (27.06.2013)

–Kurvenintegrale & Arbeit–

- 22 /1 Ein Teilchen wird in einem Kraftfeld $\vec{F}(\vec{r})$ entlang der Kurve $\vec{r}(t)$ von A nach B bewegt. Berechnen Sie die benötigte Arbeit. Wählen Sie einen beliebigen Rückweg $B \rightarrow A$ und untersuchen Sie, ob das Umlaufintegral $A \rightarrow B \rightarrow A$ verschwindet.

a) $\vec{r} = \begin{pmatrix} a \cos t \\ a \sin t \\ ct \end{pmatrix} \quad \vec{F} = \begin{pmatrix} 2z^2 - y^2 \\ x^2 - z^2 \\ y^2 - 2x^2 \end{pmatrix} \quad 0 \leq t \leq 2\pi$

b) $\vec{r} = r_0 \cos \omega t \quad \vec{F} = \frac{\alpha}{r+1} \vec{e}_r \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2\omega}$

- 22 /2 Berechnen Sie die benötigte Arbeit um ein Teilchen durch das Kraftfeld $\vec{F}(\vec{r}) = (-y, x, e^z)$ entlang der gegebenen Wege $\vec{r}(t)$ von $(0,0,0)$ nach $(1,1,1)$ zu verschieben.

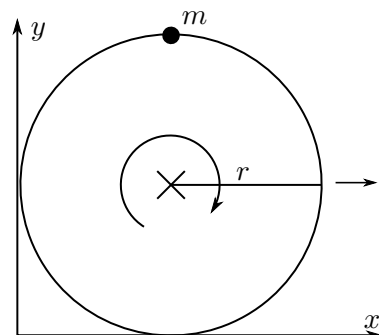
a) $\vec{r}(t) = (t, t, t)$

b) $\vec{r}(t) = (t, \sqrt{t}, t^2)$

c) $\vec{r}(t) = \left(\sqrt{2} t \cos \frac{9\pi}{4} t, \sqrt{2} t \sin \frac{9\pi}{4} t, \frac{\ln(t+1)}{\ln 2} \right)$

- 22 /3 Auf einem als masselos betrachteten Rad mit Radius r ist eine Punktmasse m am Rand angebracht (vgl. Skizze). Das Rad wird entlang einer Ebene in x -Richtung gerollt.

- a) Skizzieren Sie den Bahnverlauf, den die Masse m beschreibt.
- b) Parametrisieren Sie die Kurve.
- c) Geben Sie das begleitende Dreibein an.
- d) Berechnen Sie die Kurvenlänge für eine vollständige Umdrehung des Randes.



Die Bewegung soll im Kraftfeld $\vec{F}_a = (y^2 + 2x, axy)$ erfolgen.

- e) Ermitteln Sie die notwendige Arbeit für eine halbe und eine ganze Umdrehung, wenn sich m zu Beginn am Ort $(0, 2r)$ befindet.