Theoretische Physik I Mathematische Grundlagen

http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/ lehre/MM2_SS13.php

Dr. P. Cain

cain@physik.tu-chemnitz.de Raum 2/P310, Telefon 531-33144

F. Günther

florian.guenther@s2008.tuchemnitz.de

Raum 2/P312, Telefon 531-32334

Ubung 15 (02.05.2013)

-Rechnen mit Matrizen-

15 /1 Führen Sie die angegebene Matrix-Vektor-Multiplikation durch.

$$a) \, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad b) \, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad c) \, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad d) \, \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

e)
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$
 f) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ g) $\begin{pmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & -a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix}$

Vergleichen Sie Ihr Ergebnis aus g) mit dem Kreuzprodukt $\vec{a} \times \vec{b}$.

15 /2 Bestimmen Sie die Determinanten der gegebenen Matrizen.

a)
$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$
 b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} -4 & 6 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

b)
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

c)
$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

d)
$$\begin{pmatrix} -4 & 6 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

e)
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
 f) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ g) $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$

$$f) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

g)
$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

15 /3 Zeigen Sie für 3×3 -Matrizen die Gültigkeit der folgenden Rechenregeln für Determinanten.

a)
$$\begin{vmatrix} a_{11} + b_1 & a_{12} + b_2 & a_{13} + b_3 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

- b) $\det(\alpha A) = \alpha^3 \det A$
- c) $\det A = \det A^T$

15 /4 Schreiben Sie die folgenden Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise und bestimmen Sie die Lösung mit Hilfe der Cramerschen Regel.

$$a) \begin{array}{rcl} 2x - y & = & 1 \\ x + y & = & 2 \end{array}$$

b)
$$3x + 2y = 1$$

 $y - 3x = -7$

$$\begin{array}{rcl} x + y + z & = & 0 \\ \text{d)} & 2x - z & = & -3 \\ -x + 2y - 3z & = & -2 \end{array}$$

$$x-y-z = 1$$

e) $-2x + 2z + y = 2$
 $-6z + 6x - 4y = 3$