

Theoretische Physik I

Mathematische Grundlagen

[http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/
lehre/MM2_SS13.php](http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/lehre/MM2_SS13.php)

Dr. P. Cain

cain@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/P310, Telefon 531-33144

F. Günther

florian.guenther@s2008.tu-
chemnitz.de
Raum 2/P312, Telefon 531-32334

Übung 14 (26.04.2013)

–Vektorrechnung–

14 /1 Welche der folgenden Aussagen sind wahr für beliebige Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$?

- a) $\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = (\vec{b} \times \vec{a}) \cdot \vec{c}$
- b) $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$
- c) $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c}$
- d) wenn $\vec{d} = \lambda\vec{a} + \mu\vec{b}$ dann gilt $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{d} = 0$
- e) $(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{b}) = \vec{b}[\vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a})]$

14 /2 Für welche α stehen $\vec{a}$ und $\vec{b}$ senkrecht bzw. parallel zueinander.

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ \alpha/2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} \alpha^2 \\ -2 \\ \alpha \end{pmatrix} \quad \text{b) } \vec{a} = \begin{pmatrix} 3\alpha \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -2\alpha \\ \alpha \\ -3 \end{pmatrix}$

c) $\vec{a} = \begin{pmatrix} e^\alpha \\ e^{-\alpha} \\ \alpha \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ e^\alpha + 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

14 /3 Berechnen Sie den Schnittwinkel zwischen den Raumdiagonalen eines Würfels der Kantenlänge a .

14 /4 Gegeben sind die Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ und $\vec{d}$ sowie die Punkte P und Q .

Die Ebene E_1 wird durch die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ und die Ebene E_2 wird durch die Vektoren $\vec{c}$ und $\vec{d}$ aufgespannt. Der Punkt P liegt in E_1 und der Punkt Q in E_2 .

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$P = (1, -2, -3) \quad Q = (-2, 1, 0)$$

Bestimmen Sie...

- a) ... die Hessesche Normalenform und die selektive Form der Ebenen E_1 und E_2 .
- b) ... die Schnittgerade und den Schnittwinkel der Ebenen.
- c) ... den Abstand von Q zu E_1 bzw. von P zu E_2 .
- d) ... welche drei Vektoren das Parallelepiped mit dem größten bzw. dem kleinsten Volumen aufspannen.