

Theoretische Physik I

Mathematische Grundlagen

[http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/
lehre/MM2_SS13.php](http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/lehre/MM2_SS13.php)

Dr. P. Cain

cain@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/P310, Telefon 531-33144

F. Günther

florian.guenther@s2008.tu-
chemnitz.de
Raum 2/P312, Telefon 531-32334

Übung 13 (11.04.2013)

–Wiederholung 1. Semester–

13 /1 Berechnen Sie die erste Ableitung $y' = \frac{dy}{dx}$ für:

- a) $y = \left(x^2 + a\right)^3 \left(\frac{b}{x} + c\right)$ b) $y = \frac{x^2 - 1}{(x + 2)^2}$
c) $y = \frac{\tan x - x}{\cos^2 x}$ d) $y = \sin(x^2 - 4) \cdot \cos(x + 2)$
e) $y = \cosh x$ f) $y = e^{\sin x + \ln(2x^2)}$
g) $y = \ln\left(\frac{x + 1}{(x - 5)^2}\right)$ h) $y = \log_{10} x$
i) $y = \frac{\sin x \cdot \cos x + \ln x}{\sqrt{x} + e^{x^2}}$

13 /2 Führen Sie für die Funktion $f(x)$ eine Kurvendiskussion durch.
Bestimmen Sie Extrem- und Wendepunkte sowie Symmetrien. Gegen welche
Funktionen strebt $f(x)$ für $x \rightarrow \pm\infty$?
Fertigen Sie eine Skizze an.

$$f(x) = \frac{x^3 - 1}{x + 1}$$

13 /3 Bestimmen Sie für folgende Funktionen $f(x)$ eine Stammfunktion.
Überprüfen Sie durch Ableiten die Richtigkeit Ihres Ergebnisses.

- a) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x - 2}}$ b) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{(x + 1)(x - 2)}$
c) $f(x) = x \cdot \sin x$ d) $f(x) = x^2 e^{-x}$
e) $f(x) = \frac{1 + \tan^2 x}{\tan x}$ f) $f(x) = \cos x \cdot \ln(\sin x)$

13 /4 Entwickeln Sie die Funktion $f(x)$ an den Stellen $x_1 = \pi/2$ und $x_2 = \pi$ in
eine Taylorreihe bis zum 3.Glied.

$$f(x) = \frac{\sin x}{x}$$

13 /5 Geben Sie für die gegebenen komplexen Zahlen Real- und Imaginärteil bzw. Betrag und Argument an und bestimmen Sie z^n .

$$\begin{array}{llll} \text{a)} & z = \sqrt{2} - \sqrt{2}i & n = 3 & \text{b)} & z = 4e^{i\frac{7\pi}{6}} & n = 2 \\ \text{c)} & z = 1 & n = 1/5 & \text{d)} & z = 3e^{-i\frac{2\pi}{3}} & n = 3/2 \\ \text{e)} & z = 1 + \sqrt{3}i & n = 3/2 & \text{f)} & z = e^{i\frac{3\pi}{4}} & n = 2/3 \end{array}$$

13 /6 Lösen Sie folgende Differentialgleichungen.
Überprüfen Sie durch Einsetzen die Richtigkeit Ihrer Lösungen.

$$\begin{array}{l} \text{a)} \quad y' = \frac{\ln x}{e^y} \\ \text{b)} \quad y' = \frac{e^y + 1}{e^y} \\ \text{c)} \quad y' \cdot \cos x + y \sin x = \cos^2 x \\ \text{d)} \quad -\frac{1}{2}y'' + 3y' - \frac{9}{2}y = 0 \\ \text{Zusatz: } y'' + 8y' + 7y = e^x \end{array}$$

Hinweis: Bestimmen Sie zunächst die Lösung des homogenen Problems und wählen Sie für die inhomogene Lösung einen geschickten Ansatz.

13 /7 Entwickeln Sie die periodischen Funktionen $f(x)$ in eine Fourierreihe.

$$\begin{array}{l} \text{a)} \quad f(x) = \frac{1}{2}x, \quad \text{für} \quad 0 \leq x \leq 2\pi \\ \text{b)} \quad f(x) = -\frac{x^2}{2} - 1, \quad \text{für} \quad -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2} \end{array}$$