

Theoretische Physik I

Mathematische Grundlagen

http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/de/lehre/MM1_SS15.php

Dr. P. Cain
cain@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/P310, Telefon 531-33144

F. Teichert
fabian.teichert@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/W449, Telefon 531-32314

Übung 10 (30.06.2015)

– Differentialgleichungen 1. Ordnung –

- 10/1 Ein Teilchen der Masse m tritt zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ am Ort $x_0 = 0$ senkrecht in ein Medium ein und erfährt dort die Reibungskraft F_R . Zu welchem Zeitpunkt kommt das Teilchen zum stehen? Wie weit ist es in das Medium eingedrungen? Skizzieren Sie die Verläufe $x(t)$ und $v(t)$ sowie $v(x)$.

a) $F_R = -\beta \dot{x}^2$

b) $F_R = -\beta \sqrt{\dot{x}}$

- 10/2 Eine Population wächst nach folgendem Gesetz:

$$\frac{dN}{dt} = aN(1 - bN) \quad (a, b \in \mathbb{R}, b > 0)$$

- a) Bestimmen Sie den zeitlichen Verlauf $N(t)$ der Population (Anfangsbedingung: N_0). Machen Sie eine Fallunterscheidung bezüglich

i) $a < 0$ und $bN_0 > 1$

ii) $a < 0$ und $bN_0 < 1$

iii) $a > 0$ und $bN_0 > 1$

iv) $a > 0$ und $bN_0 < 1$

- b) Wie verhält sich das Wachstum für $b \approx 0$?

- c) Welches Verhalten beobachtet man für große Zeiten t ?

- 10/3 Lösen Sie folgende homogene lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung.

a) $y' + \frac{x^2}{2}y = 0$

b) $y' + \sin(x)y = 0$

c) $\frac{y'}{2} - \frac{x}{x^2 - 1}y = 0$

d) $y' + xy = 0$

e) $y' + \ln(x)y = 0$

f) $y' + \tan(x)y = 0$

- 10/4 Lösen Sie folgende inhomogene lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung.

a) $y' + x^2y = x^2e^{-\frac{x^3}{3}}$

b) $y' = \sin(x)(1 - y)$

c) $y' + \tan(x)y = -\sin(x)\cos(x)$

- 10/5 Eine Flasche Bier wird mit $T_1 = 7^\circ\text{C}$ aus einem Kühlschrank genommen und 90 min bei $T_0 = 19^\circ\text{C}$ stehen gelassen. Anschließend besitzt es eine Temperatur von $T_2 = 15^\circ\text{C}$. Wie lange muss das Bier wieder in den 7°C -Kühlschrank, damit man es mit annehmbaren $T_3 = 8^\circ\text{C}$ trinken kann? Es gelte das Newtonsche Abkühlungsgesetz:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_0)$$