Dr. P. Cain
cain@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/P310, Telefon 531-33144

F. Teichert
fabian.teichert@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/W449, Telefon 531-32314

Theoretische Physik I
Mathematische Grundlagen

http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/de/lehre/MM1_SS15.php

Übung 8 (16.06.2015)

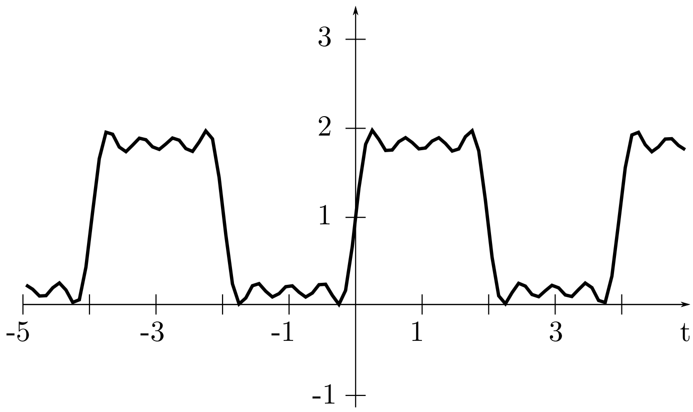
– Fourierreihen –

8/1 Zeigen Sie die Gültigkeit folgender Aussagen für $n, m \in \mathbb{N}$

a) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \cos(nx) \cdot \sin(mx) \mathrm{d}x = 0$

b) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \sin(nx) \cdot \sin(mx) \mathrm{d}x = \pi \cdot \delta_{n,m} = \begin{cases} 0 & , \ n \neq m \\ \pi & , \ n = m \end{cases}$

8/2 Gegeben ist das Schaubild einer periodischen Funktion, die zum Punkt $P(0;1)$ antisymetrisch ist. Begründen Sie, warum keine der gegebenen Fourierreihen zur dargestellten Funktion gehören kann.



a) $f_1(t) = 1 - \frac{1}{\pi}\left[\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) - \frac{1}{2}\sin(\pi t) + \frac{1}{3}\sin\left(\frac{3\pi}{2}t\right) \mp \ldots\right]$
$\qquad + \frac{1}{\pi^2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) - \frac{1}{4}\cos(\pi t) + \frac{1}{9}\cos\left(\frac{3\pi}{2}t\right) \mp \ldots\right]$

b) $f_2(t) = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{\pi}\left[\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) + \frac{1}{9}\sin\left(\frac{3\pi}{2}t\right) + \frac{1}{25}\sin\left(\frac{5\pi}{2}t\right) + \ldots\right]$

c) $f_3(t) = 1 - \frac{\sqrt{3}}{\pi}\left[\sin\left(\frac{\pi}{4}t\right) - \frac{1}{4}\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) + \frac{1}{9}\sin\left(\frac{3\pi}{4}t\right) \mp \ldots\right]$

8/3 Entwickeln Sie die folgenden Funktionen in eine Fourierreihe.

a) $y(x) = x^2 \quad , \ -\pi \leq x \leq \pi$

b) $y(x) = x \quad , \ -\pi \leq x \leq \pi$

c) $y(x) = \begin{cases} \pi + x & , \ -\pi \leq x \leq 0 \\ \pi - x & , \ 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$

8/4 Bestimmen Sie die Fourierreihe von $y(x)$ mithilfe der komplexen Fourierreihenentwicklung.

$$y(x) = x \qquad \text{für} \qquad -\pi \leq x \leq \pi$$