

Theoretische Physik I

Mathematische Grundlagen

[http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/
de/lehre/MM1_SS15.php](http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/de/lehre/MM1_SS15.php)

Dr. P. Cain
cain@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/P310, Telefon 531-33144

F. Teichert
fabian.teichert@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/W449, Telefon 531-32314

Übung 2 (21.04.2015)

– Ableitung von Umkehrfunktionen & Integration –

2/1 Bestimmen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion $g(x) = f^{-1}(x)$ von folgenden Funktionen $f(x)$.

- a) $f(x) = x^2$ $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$
- b) $f(x) = \sin x$ $f: (-\pi/2, \pi/2) \rightarrow [-1, 1]$
- c) $f(x) = e^x$ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$
- d) $f(x) = \cos x$ $f: [0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$
- e) $f(x) = \tan x$ $f: (-\pi/2, \pi/2) \rightarrow \mathbb{R}$

2/2 Bestimmen Sie die Stammfunktionen $F(x)$ der angegebenen Funktionen $f(x)$.

- a) $f(x) = 5x^2$
- b) $f(x) = 3x^{-4}$
- c) $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{5x}$
- d) $f(x) = x^3(2x + 1)$
- e) $f(x) = \sqrt[4]{x}$
- f) $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$
- g) $f(x) = \frac{1}{x^3}$
- h) $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x}}$
- i) $f(x) = \left(\frac{1}{\sqrt[6]{x}}\right)^7$
- j) $f(x) = \frac{-3}{5x^{2/3}}$
- k) $f(x) = \frac{x^2 - 2}{\sqrt{x^3}}$
- l) $f(x) = \frac{7x^{-2/5} - \sqrt{x}}{\sqrt{x^3}}$
- m) $f(x) = x^4 + 3x\sqrt{x} - 2 + \frac{4}{x^2}$

2/3 Lösen Sie die folgenden Integrale unter Verwendung einer linearen Substitution.
Hinweis: Bringen Sie die angegebenen Ausdrücke erst in die entsprechende Form.

- a) $\int \sin(3x) \, dx$
- b) $\int \frac{5}{7 - 3x} \, dx$
- c) $\int \frac{x^2 + 2x - 1}{x + 1} \, dx$
- d) $\int \frac{x}{x^2 + 2x + 1} \, dx$
- e) $\int \frac{1}{\sqrt{-x(1+x)}} \, dx$
- f) $\int 7e^{\frac{x}{2}+3} \, dx$
- g) $\int \frac{1}{x^2 - 1} \, dx$
- h) $\int \frac{1}{x^2 - 2x + 2} \, dx$
- i) $\int \frac{x^5 - 3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 9x - 4}{x - 1} \, dx$

2/4 Lösen Sie die folgenden Integrale mit einer geeigneten Substitution.

- a) $\int x e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$ b) $\int \frac{x}{x^2 - 3} dx$ c) $\int \tan \frac{x}{2} dx$
d) $\int \cos x \sin^3 x dx$ e) $\int x^{-2} \sin(x^{-1}) dx$ f) $\int \frac{4x}{x^2 + 3} dx$
g) $\int \cot x dx$ h) $\int x(x^2 + 4) dx$ i) $\int (3x^2 + 1)(x^3 + x - 4) dx$
j) $\int x^2 \sin\left(\frac{x^3}{3}\right) dx$ k) $\int \frac{1}{x} \cos(\ln x) dx$ l) $\int \frac{1}{x} (\ln x + 1) dx$