

# Theoretische Physik I

## Mathematische Grundlagen

[http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/de/lehre/MM2\\_WS1415.php](http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/de/lehre/MM2_WS1415.php)

**Dr. P. Cain**  
cain@physik.tu-chemnitz.de  
Raum 2/P310, Telefon 531-33144

**F. Teichert**  
fabian.teichert@physik.tu-chemnitz.de  
Raum 2/W449, Telefon 531-32314

## Übung 23 (29.01.2014)

– Vektoranalysis –

23/1 Berechnen Sie folgenden Ausdrücke mit  $\vec{a} = \text{const.}$  und  $\vec{r} = (x, y, z)$ .

- |   |  |
|---|--|
| a) $\text{div } \vec{r}$                                  | b) $\text{div } \vec{r}^3$   |
| c) $\text{div} [\vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{r})]$ | d) $\text{div} (x^2 e^{xy} \vec{e}_x + \vec{e}_y + xyz \vec{e}_z)$ |
| e) $\text{rot} (\vec{a} \times \vec{r})$                  | f) $\text{rot} [\vec{r} (\vec{a} \cdot \vec{r})]$                  |
| g) $\text{rot } \frac{\vec{r}}{r^3}$                      |  |

23/2 Zeigen Sie die Gültigkeit der folgenden Beziehungen:

- a)  $\text{div rot } \vec{A} = 0$   
b)  $\text{rot} (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{A} \text{ div } \vec{B} - \vec{B} \text{ div } \vec{A} + (\vec{A} \cdot \text{grad}) \vec{B} - (\vec{B} \cdot \text{grad}) \vec{A}$

23/3 Berechnen Sie den Fluss  $\Phi$  des Feldes  $\vec{F}$  durch die gegebenen Oberflächen.  
(Hinweis: Integralsatz von Gauß)

- a)  $\vec{F}(\vec{r}) = \vec{r}$  Zylinder der Höhe  $h$  und Durchmesser  $d$   
b)  $\vec{F}(x, y, z) = \alpha x \vec{e}_x$  Würfel der Kantenlänge  $a$

23/4 Gegeben sind die Vektorfelder  $\vec{F}_1 = (yz, xz, xy)$  und  $\vec{F}_2 = (az, bx, cy)$ .  
( $a, b, c = \text{const.}$ )

Bilden Sie für die skizzierte Fläche  $A$  jeweils das Umlaufintegral  $\oint_{\partial A} \vec{F} \cdot d\vec{r}$  für den Umlauf I-II-III-I.

- a) direkt  
b) mit Hilfe des Integralsatzes von Stokes

