Theoretische Physik I
Mathematische Grundlagen

http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/de/lehre/MM2_WS1415.php

Dr. P. Cain
cain@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/P310, Telefon 531-33144

F. Teichert
fabian.teichert@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/W449, Telefon 531-32314

Übung 16 (20.11.2014)

– Koordinatentransformation –

16/1 Gegeben ist die Basis $A = \{\vec{a}_\mathrm{x}, \vec{a}_\mathrm{y}, \vec{a}_\mathrm{z}\}$. Die Vektoren $\{\vec{b}_\mathrm{x}, \vec{b}_\mathrm{y}, \vec{b}_\mathrm{z}\}$ bilden die Basis B. Sie sind in der Basis A gegeben durch:

$$\vec{b}_\mathrm{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}_A \quad , \quad \vec{b}_\mathrm{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}_A \quad , \quad \vec{b}_\mathrm{z} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_A$$

a) Bestimmen Sie die Matrix M, die die Darstellung eines Vektors $\vec{r}_A$ aus Basis A in Basis B transformiert.

b) Bestimmen Sie die Determinante von M.

c) Wie lautet die Darstellung von $(1\ 1\ 1)_A^\mathrm{T}$ in der Basis B.

d) Fertigen Sie eine Skizze an.

16/2 Die Gleichungen (I), (II) und (III) beschreiben die Umrechnung von Kugelkoordinaten $\{r, \varphi, \vartheta\}$ in kartesische Koordinaten $\{x, y, z\}$. Bestimmen Sie die zugehörige Funktionalmatrix und die Funktionaldeterminante.

(I) $x = r \cdot \cos\varphi \cdot \sin\vartheta$

(II) $y = r \cdot \sin\varphi \cdot \sin\vartheta$

(III) $z = r \cdot \cos\vartheta$

16/3 Gegeben sei der Vektor $\vec{r}$ in kartesischen Koordinaten. Bestimmen Sie die Komponenten in Kugel- und Zylinderkoordinaten.

a) $\vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$ b) $\vec{r} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ c) $\vec{r} = \begin{pmatrix} 4 \\ \sqrt{11} \\ 3 \end{pmatrix}$