

Theoretische Physik I

Mathematische Grundlagen

[http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/
de/lehre/MM2_WS1415.php](http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/de/lehre/MM2_WS1415.php)

Dr. P. Cain

cain@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/P310, Telefon 531-33144

F. Teichert

fabian.teichert@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/W449, Telefon 531-32314

Übung 12 (16.10.2014)

– Wiederholung 1. Semester –

12/1 Berechnen Sie die erste Ableitung $y' = \frac{dy}{dx}$.

a) $y = (x^2 + a)^3 \left(\frac{b}{x} + c\right)$

b) $y = \frac{x^2 - 1}{(x + 2)^2}$

c) $y = \frac{\tan x - x}{\cos^2 x}$

d) $y = \sin(x^2 - 4) \cdot \cos(x + 2)$

e) $y = \cosh x$

f) $y = e^{\sin x + \ln(2x^2)}$

g) $y = \ln\left(\frac{x + 1}{(x - 5)^2}\right)$

h) $y = \log_{10} x$

i) $y = \frac{\sin x \cdot \cos x + \ln x}{\sqrt{x} + e^{x^2}}$

12/2 Führen Sie für die Funktion $f(x)$ eine Kurvendiskussion durch. Bestimmen Sie Extrem- und Wendepunkte sowie Symmetrien. Gegen welche Funktionen strebt $f(x)$ für $x \rightarrow \pm\infty$? Fertigen Sie eine Skizze an.

$$f(x) = \frac{x^3 - 1}{x + 1}$$

12/3 Bestimmen Sie für folgende Funktionen $f(x)$ eine Stammfunktion. Überprüfen Sie durch Ableiten die Richtigkeit Ihres Ergebnisses.

a) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x - 2}}$

b) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{(x + 1)(x - 2)}$

c) $f(x) = x \cdot \sin x$

d) $f(x) = x^2 e^{-x}$

e) $f(x) = \frac{1 + \tan^2 x}{\tan x}$

f) $f(x) = \cos x \cdot \ln(\sin x)$

12/4 Entwickeln Sie die Funktion $f(x)$ an den Stellen $x_1 = \pi/2$ und $x_2 = \pi$ in eine Taylorreihe bis zum 3.Glied.

$$f(x) = \frac{\sin x}{x}$$

12/5 Geben Sie für die gegebenen komplexen Zahlen Real- und Imaginärteil bzw. Betrag und Argument an und bestimmen Sie z^n .

- a) $z = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$ $n = 3$ b) $z = 4e^{i\frac{7\pi}{6}}$ $n = 2$
c) $z = 1$ $n = 1/5$ d) $z = 3e^{-i\frac{2\pi}{3}}$ $n = 3/2$
e) $z = 1 + \sqrt{3}i$ $n = 3/2$ f) $z = e^{i\frac{3\pi}{4}}$ $n = 2/3$

12/6 Charakterisieren und lösen Sie folgende Differentialgleichungen. Überprüfen Sie durch Einsetzen die Richtigkeit Ihrer Lösungen.

- a) $y' = \frac{\ln x}{e^y}$ b) $y' = \frac{e^y + 1}{e^y}$
c) $y' \cdot \cos x + y \sin x = \cos^2 x$ d) $-\frac{1}{2}y'' + 3y' - \frac{9}{2}y = 0$
e) $y'' + 8y' + 7y = e^x$

12/7 Entwickeln Sie die periodischen Funktionen $f(x)$ in eine Fourierreihe.

- a) $f(x) = \frac{1}{2}x$ für $0 \leq x \leq 2\pi$
b) $f(x) = -\frac{x^2}{2} - 1$ für $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$